

MaMut

Materialien für den Mathematikunterricht

5



Eva-Maria Plackner,
Nicolai von Schroeders (Hrsg.)

Üben im Mathematikunterricht



1. Auflage Februar 2017
Veröffentlicht im Verlag Franzbecker
Hildesheim

© 2017 Verlag Franzbecker, Hildesheim

ISBN 978-3-88120-841-3
Eva-Maria Plackner,
Nicolai von Schroeders (Hrsg.)

Üben im Mathematikunterricht

MaMut - Materialien für den Mathematikunterricht Band 5

www.franzbecker.de

Inhalt

<i>Bärbel Barzel:</i> Üben im Mathematikunterricht.....	7
<i>Franz Altmann & Eva-Maria Plackner:</i> Vernetzen durch Üben und Wiederholen	23
<i>Tamara Stahl & Nicolai von Schroeders:</i> Mathematik üben im Sportunterricht.....	39
<i>Stephanie Gleich:</i> Üben mit prozessbezogenen Aufgaben	71
<i>Eva-Maria Plackner & Jennifer Postupa:</i> Üben Plus	91
<i>Livia Weiß & Nicolai von Schroeders:</i> Geometrie mit Seilen und Schnüren.....	121
<i>Deborah Wörner:</i> Üben im sprachsensiblen Mathematikunterricht	135

Üben im Mathematikunterricht

Bärbel Barzel

„Üben ist das Wichtigste schlechthin!“

Diese Äußerung eines Mathematiklehrers trifft die Erfahrung vieler Kolleginnen und Kollegen, denn in den Phasen des Übens geht es darum, dass Schülerinnen und Schüler das neu Gelernte so vertiefen, dass es sicher, nachhaltig und flexibel zur Verfügung steht. Das Üben so zu gestalten, dass dieses Ziel tatsächlich gelingt, stellt Lehrkräfte immer wieder vor große Herausforderungen. Alleine zeitintensives Fertigkeitstraining, bei dem die immer gleichen Routinen ausgeführt werden, erfüllt dieses Ziel nicht und kann allenfalls dazu führen, dass Prozeduren automatisch ohne langes Nachdenken zügig ausgeführt werden können.

Die Fertigkeit, die Prozedur fehlerfrei ausführen zu können, reicht alleine nicht aus – das Verstehen muss im Vordergrund stehen, damit man das Gelernte auch in anderen mathematischen Bezügen und weiteren Kontexten flexibel anwenden kann.

Ein Schüler, der auf Nachfrage bei fehlerfrei ausgeführten Aufgaben zur Addition von Stammbrüchen nur antworten kann „Das macht man halt so!“, wird bereits bei gemischten Brüchen oder weiteren Operationen Schwierigkeiten haben, effizient vorzugehen und Verbindungen zu ziehen.

Doch wie lässt sich der Herausforderung begegnen, dass Üben im Unterricht dazu führt, dass mathematisches Wissen sicher, nachhaltig und flexibel zur Verfügung steht. Dazu wird im Beitrag zunächst geklärt, WAS es eigentlich genau zu üben gilt, welche Aufgabenformate dazu dienlich sind und wie der Unterricht in Übungsphasen gestaltet werden kann.


Üben im Mathematikunterricht

Was genau soll geübt werden?

Mathematik ist ein deduktiv aufgebautes System, bei dem die einzelnen Wissens Elemente aufeinander aufbauen und miteinander vernetzt sind. Deshalb ist ein Verstehen der Konzepte und Prozeduren im Mathematikunterricht elementar wichtig, um die Verbindungen und Netze zwischen den verschiedenen Themenbereichen auch nachvollziehen oder selbst vollziehen zu können. Üben im Unterricht muss sich deshalb auf alle Arten des mathematischen Wissens (konzeptuelles, prozedurales und metakognitives Wissen (PREDIGER ET AL. 2011)) beziehen und nicht auf prozedurales Handlungswissen beschränkt bleiben. Auch neu gelernte mathematische Konzepte wie Begriffe (z.B. Bruch, Funktion, Gerade) oder Eigenschaften mathematischer Objekte (z.B. senkrecht, parallel, gerade, ungerade) müssen vertieft werden. Dazu gehören die Definitionen als explizite Formulierungen ebenso wie das Erkennen und Benennen von Beispielen und Gegenbeispielen zum Identifizieren und Abgrenzen des jeweiligen Begriffs. Die Aufgabe „Brüche im Alltag“ (vgl. Abb. 1) zeigt exemplarisch am Beispiel des Bruchbegriffs, wie dies angeregt werden kann.

4 Brüche im Alltag

a) In welchen Bildern wird der Bruch $\frac{3}{4}$ dargestellt? Begründe deine Auswahl.



b) In einigen Bildern lassen sich auch noch andere Brüche erkennen. Welche Brüche sind das?

c) Denke dir einen anderen Bruch aus und erstelle zu diesem Bruch auch eine solche Sammlung aus mindestens 4 Bildern.

Abb. 1: Übungsaufgabe zum Bruchbegriff (BARZEL ET AL. 2012, 107)

Zum konzeptuellen Wissen gehören auch alle mathematischen Zusammenhänge, die als Sätze beschrieben und bewiesen werden können. Von diesen Vernetzungen lebt das Gebäude der Mathematik. Schülerinnen und Schüler sollten anhand exemplarischer Sätze, wie zum Beispiel dem Winkelsummensatz, die Argumentations- und Denkweise der Mathematik erleben und die Kraft einer solchen Denkweise erfahren können, weshalb es wichtig ist, dass auch das konzeptuelle Wissen zu den Vernetzungen und Zusammenhängen gezielt vertieft und geübt wird.

Das Handlungswissen und –können (prozedurales Wissen) bezieht sich sowohl auf mathematische Verfahren und Algorithmen wie auch auf handwerkliche Verfahren wie den Umgang mit Zirkel und Lineal oder digitalen Medien. Wichtig ist, dass prozedurales Wissen nicht allein auf deklaratives Wissen reduziert werden darf. Jegliches Lernen muss dazu führen, dass das neue Wissen mit dem bisherigen Wissen verknüpft wird, so dass es verfügbar ist, um neue Erfordernisse meistern zu können. Um diese Kompetenz zu erwerben, reicht es nicht, dass Operationen und Algorithmen alleine als Fertigkeiten gelernt werden, sondern sie müssen in ihrer Bedeutung verstanden werden. Allein für das Ausführen einer regelgeleiteten Prozedur würde das Arbeitsgedächtnis ausreichen – jedoch braucht es für ein nachhaltiges Lernen mehr an kognitiver Aktivierung, um das Wissen auch in anderen Gedächtnisregionen zu verankern. Nur wenn das gelingt, werden Schülerinnen und Schüler kompetent, die passende Operation für eine Problemstellung auszuwählen und die Bedingungen der Anwendbarkeit bewusst zu berücksichtigen.

Auch konventionelle Festlegungen (z.B. das Wissen um bestimmte Bezeichnungen wie x-Achse als Name der horizontalen Achse im Koordinatensystem, Regeln wie „Punkt vor Strich“), die sowohl mit dem konzeptuellen als auch prozeduralen Wissen einhergehen, müssen verinnerlicht und deshalb geübt werden.

Daneben müssen Schülerinnen und Schüler auch metakognitives Wissen erwerben (z. B. Strategien des Problemlösens oder Meta-Wissen über Schritte des Modellierens). Es dient als notwendiges

Üben im Mathematikunterricht

Hintergrundwissen für ein bewusstes Vorgehen und als Grundlage, sowohl das eigene Tun als auch generelle mathematische Arbeitsweisen zu reflektieren.

Zusammenfassen lassen sich diese Ziele beim Üben durch die vier folgenden Aktivitäten:

- Trainieren von Kenntnissen und Fertigkeiten
- Festigen von Vorstellungen
- Reflektieren und Transferieren
- Entwickeln prozessbezogener Kompetenzen

Diese Aktivitäten geben Orientierung für jegliche Themenbereiche, da mit ihnen alle drei Wissensarten berücksichtigt und angeregt werden. Es gilt generell, sie mit konkreten Zielsetzungen zu füllen und dazu passende Aufgaben auszuwählen oder selbst zu entwickeln.

Dass diese Tätigkeiten nicht unbedingt unabhängig voneinander angeregt werden, zeigt bereits die Aufgabe „Brüche im Alltag“ (Abb. 1). Das „Trainieren“ der neuen Kenntnis, was ein Bruch ist, geschieht hier durch das Erkennen und Benennen von Beispielen und Gegenbeispielen. Die verschiedenen Kontexte regen aber auch dazu an, die Vorstellungen zum Bruch als Teil eines Ganzen auszubauen, da jeweils das Ganze bewusst wahrgenommen werden muss. Das eigene Benennen weiterer Brüche in den Bildern sowie das kreative Erzeugen eigener Bilder zu einem weiteren Bruch als Variation der gegebenen Aufgabe unterstützt zudem das Vernetzen des neu Gelernten mit eigenen Ideen und regt zum Argumentieren an.

Wie soll geübt werden? Mit welchen Aufgaben?

Üben im Mathematikunterricht reichhaltig und kognitiv anregend zu gestalten, ist keine neue Forderung. Schon in den 1980er Jahren beschreibt WINTER (1984) mit den Worten von HEINRICH ROTH den Leitgedanken einer kreativen Übungspraxis, um losgelöste Drillphasen und rein automatisiertes Fertigkeitstraining abzulösen: „Übungen unter immer wieder neuen Gesichtspunkten, an immer wieder neuen Materialien, in immer wieder neuen Zusammenhängen, neuen An-