

MaMut_{primar}

Materialien für den
Mathematikunterricht

Verlag Franzbecker

MaMut_{primar} 1

Materialien für den Mathematikunterricht

Eva-Maria Plackner,
Jennifer Postupa (Hrsg.)

Daten und Zufall in der Grundschule

Verlag Franzbecker

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek
Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

Bibliographic information published by Die Deutsche Bibliothek
Die Deutsche Bibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data is available in the Internet at <http://dnb.ddb.de>.

Eva-Maria Plackner, Jennifer Postupa (Hrsg.)

Daten und Zufall in der Grundschule

MaMut_{primar} 1 – Materialien für den Mathematikunterricht

ISBN 978-3-88120-837-6

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Alle Rechte, insbesondere die der Vervielfältigung und Übertragung auch einzelner Textabschnitte, Bilder oder Zeichnungen vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Zustimmung des Verlages in irgendeiner Form reproduziert werden (Ausnahmen gem. 53, 54 URG). Das gilt sowohl für die Vervielfältigung durch Fotokopie oder irgendein anderes Verfahren als auch für die Übertragung auf Filme, Bänder, Platten, Transparente, Disketten und andere Medien.

© 2015 by Verlag Franzbecker, Hildesheim

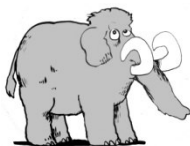
Inhalt

<i>Eva-Maria Plackner und Jennifer Postupa:</i> Vorwort.....	7
<i>Nicolai von Schroeders:</i> Daten und Zufall in der Grundschule	13
<i>Monika Schoy-Lutz:</i> Aufgabenqualität im Bereich Zufall und Wahrscheinlichkeit.....	45
<i>Eva-Maria Plackner:</i> Tabellen und Grafiken rund um das Thema Fußball	71
<i>Sabine Teibach:</i> Lernwerkstatt „Unsere Schule in Zahlen“	103
<i>Eva Dietz:</i> Experimente zur Wahrscheinlichkeit	125
<i>Sabine Dannich und Christina Marx:</i> Unterrichtsbeispiele zu Daten und Zufall.....	151
<i>Tanja Seiler:</i> Lernumgebungen zur Kombinatorik	169
<i>Jennifer Postupa:</i> Kombinatorik mit Ziffernkärtchen	199
<i>Stefanie Vanhauer und Christiane Förster:</i> Lernen im Dialog zum Thema Wahrscheinlichkeit	249
<i>Judith Lunz und Lisa Ungar:</i> Forscherheft „Daten erheben und darstellen auf der Ritterburg“ ...	263

David Berens und Linda Kozlovsky:
Mein Forscherheft rund um das Mittelalter287

Nina Pölloth und Lisa Westenthanner:
Forscherheft „Bevölkerungszahlen in Mittelfranken“317

Jenny Helmreich, Laura Schramm und Markus Stapf:
Forscherheft „Würfelspiele – vom Glück und vom Wissen“333



Vorwort

Eva-Maria Plackner, Jennifer Postupa

Zu Beginn des Schuljahres 2014 / 2015 wurde der neue Lehrplan-PLUS an den bayerischen Grundschulen eingeführt. Neben einer stärkeren Berücksichtigung des Kompetenzerwerbs der Schülerinnen und Schüler, wurden auch die Inhaltsbereiche im Fach Mathematik in Anlehnung an die Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich von 2004 (vgl. SEKRETARIAT DER STÄNDIGEN KONFERENZ DER KULTUSMINISTER DER LÄNDER IN DER BUNDESREPUBLIK DEUTSCHLAND 2005, 8) neu strukturiert.

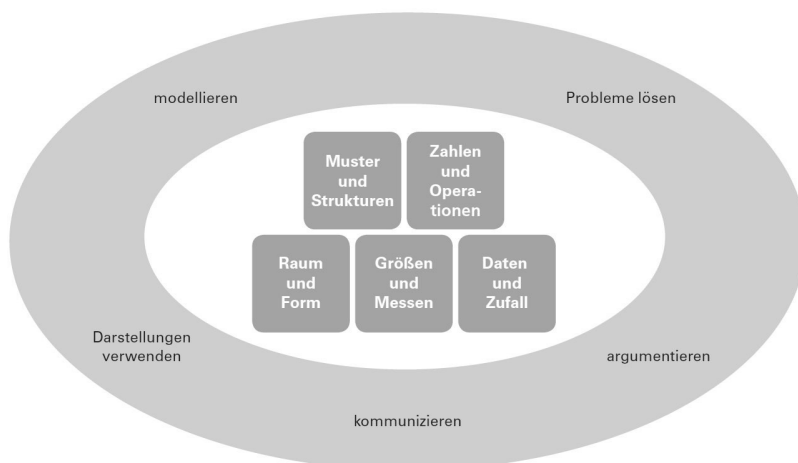


Abb. 1: Kompetenzstrukturmodell (BAY.STAATSM. 2014, 106)

Erweiternd zu den fünf Gegenstandsbereichen (inneres Feld) werden prozessbezogene Kompetenzen (äußerer Ring) formuliert (vgl. BAYERISCHES STAATSMINISTERIUM FÜR BILDUNG UND KULTUS, WISSENSCHAFT UND KUNST¹ 2014, 106).

¹ Das BAYERISCHE STAATSMINISTERIUM FÜR BILDUNG UND KULTUS, WISSENSCHAFT UND KUNST wird folgend mit BAY.STAATSM. abgekürzt.

Vorwort

Als neuer Gegenstandsbereich ist der Bereich „Daten und Zufall“ hinzugekommen. Darin geht es zunächst um Kompetenzen im Umgang mit Daten. Um statistische Fragen wie beispielsweise „Wer kommt mit welchem Verkehrsmittel zur Schule?“ beantworten zu können, werden die benötigten Daten zunächst erhoben und anschließend auf verschiedene Weise dargestellt. Unterschiedliche Techniken im Umgang mit Daten, beispielsweise das Anfertigen von Strichlisten, einem „gebräuchlichen Mittel zur Bestimmung von Anzahlen“ (WITTMANN 1991, 273), müssen dabei erst erlernt und von den Lernenden als sinnvoll erkannt werden. Durch diese Vorgehensweise wird der Grundstock gelegt für eine kritische Auseinandersetzung auch mit fremden Daten sowie deren Interpretation und Auswertung. Dieser Gegenstandsbereich fand sich bereits im vorhergehenden Lehrplan, erfährt nun aber eine stärkere Betonung.

Zugleich stellt der Umgang mit unterschiedlichen Daten auch die Basis für ein Verständnis des Wahrscheinlichkeitsbegriffs in der Grundschule dar (vgl. BAY.STAATSM. 2014, 109). Um „erste Erfahrungen und Grundvorstellungen über stochastische Zusammenhänge“ (LORENZ 2014, 160) anzubahnen, bieten sich unterschiedliche Experimente, beispielsweise mit Würfeln oder Glücksrädern, an. Ausgehend von einer geeigneten Darstellung der Daten kann dann eine erste Annäherung an den Wahrscheinlichkeitsbegriff stattfinden. Dabei geht es darum, die Vorstellungen von zunächst subjektiven Wahrscheinlichkeiten, durch objektive, aus mathematischen Überlegungen abgeleitete Wahrscheinlichkeitsvorstellungen, zu ergänzen. Dies schließt auch die von der Alltagssprache abweichende Verwendung mathematischer Fachbegriffe mit ein.

Überblick über die Buchbeiträge

In dem vorliegenden Buch werden konkrete unterrichtliche Umsetzungsmöglichkeiten aus dem Gegenstandsbereich „Daten und Zufall“ aufgezeigt, die einen kompetenzorientierten und eigenaktiven Zugang der Lernenden zu diesem Themengebiet zu ermöglichen. Die einzelnen Beiträge stellen eine Zusammenfassung und Vertie-

fung der Workshopinhalte dar, die im Rahmen des Fortbildungstages „MaMut primar: Daten und Zufall in der Grundschule“ des Lehrstuhls für Didaktik der Mathematik der Universität Erlangen-Nürnberg im März 2015 angeboten wurden.

Die mathematischen Grundlagen werden im vorangestellten Basisartikel von NICOLAI VON SCHROEDERS erläutert.

Wie in anderen Bereichen des Mathematikunterrichts auch, bestimmt die Qualität der eingesetzten Aufgabenstellungen auch im Inhaltsbereich „Daten, Zufall und Wahrscheinlichkeit“, die Qualität des Unterrichts mit. Daher widmet sich der Artikel von Prof. Dr. MONIKA SCHOYLUTZ (PH Thurgau) der Frage der Aufgabenqualität. Wenn im Mathematikunterricht mit Daten gearbeitet wird, dann können diese entweder im Umfeld der eigenen Klasse von den Kindern selbst ermittelt und weiterverarbeitet (z.B. Zählen im Kontext von „Wir sind die Klasse 1a“) werden, oder es werden Zahlen aus dem Umfeld der Schule bzw. aus dem Interessensgebiet der Kinder aufgegriffen (z.B. aus Sachbüchern über Tiere oder Technik oder Sportdaten aus der Zeitung). Für den Sachkontext Fußball zeigt der Artikel von EVA-MARIA PLACKNER (Universität Erlangen-Nürnberg) exemplarisch auf, wie authentisches Datenmaterial im Mathematikunterricht aufgegriffen werden kann, um Daten darzustellen und zu hinterfragen. SABINE TEIBACH (GS Altenfurt, Lernwerkstattberaterin) erläutert in ihrem Artikel hingegen, wie Schülerinnen und Schüler im Rahmen einer Lernwerkstatt Daten über ihre Schule selbstständig erfassen, auf unterschiedlichem Niveau darstellen und die erhobenen Daten auswerten können.

Wenn es darum geht, den Kindern einen Zugang zum Thema Wahrscheinlichkeit zu eröffnen, dann bietet es sich an, im Unterricht Experimente zur Wahrscheinlichkeit durchzuführen. In ihrem Artikel zu Wahrscheinlichkeitsexperimenten geht EVA DIETZ (Universität Bamberg) auf Würfel, Glückskeisel und Plättchenziehen ein, um Einblicke in die Vorgehensweisen von Grundschulkindern bei Experimenten zur Wahrscheinlichkeit zu geben. Auch der Artikel von SABINE DANNICH und CHRISTINA MARX (GS Diepersdorf) befasst sich mit ver-

Vorwort

schiedenen Zufallsexperimenten. Unter Verwendung von Würfeln, Münzen, Bausteinen und Kugeln wird die Fähigkeit, Wahrscheinlichkeiten einzuschätzen, von der 1. zur 4. Klasse gesteigert. Als weitere Perspektive greifen CHRISTIANE FÖRSTER und STEFANIE VANHAUER (GS Fischbach) das Prinzip des Dialogischen Lernens auf, wenn sie in ihrem Artikel aufzeigen, wie die selbstständige Auseinandersetzung mit Kernideen den Kindern den Austausch und tatsächliche Kommunikation über Teilaspekte des Themas Wahrscheinlichkeit ermöglicht.

Das Thema Kombinatorik wird im Artikel von TANJA SEILER (Erich-Kästner-Schule) behandelt, in dem die Autorin verschiedene in der Praxis erprobte Lernumgebungen zu kombinatorischen Aufgabenstellungen vorstellt. Auch JENNIFER POSTUPA (Universität Erlangen-Nürnberg) widmet sich dem Thema Kombinatorik. Sie beschränkt sich mit den Ziffernkärtchen auf ein vielseitig einsetzbares Material, das aus anderen Kontexten heraus in vielen Klassenzimmern vorhanden ist und zeigt, wie diese Ziffernkärtchen auf spielerische Art und Weise auch zu kombinatorischen und wahrscheinlichkeitstheoretischen Betrachtungen eingesetzt werden können.

Den Abschluss des Buches bilden vier Forscherhefte, die Studierende des Lehramtes an Grundschulen im Rahmen von mathematikdidaktischen Seminaren bei den Herausgeberinnen dieses Tagungsbandes im Wintersemester 2014/15 verfasst haben. Derartige Forscherhefte beinhalten miteinander vernetzte Forscheraufträge, Aufgaben zum Erfinden und zum Problemlösen zu einem einheitlichen Themenkomplex und bietet den Kindern somit eine vorstrukturierte Lernumgebung (vgl. PIK AS 2010, 4).

In den ersten beiden Forscherheften dienen das Mittelalter, Ritter und Burgen als gemeinsamer Rahmen für herausfordernde Aufgabenstellungen zum Umgang mit Daten. JUDITH LUNZ und LISA UNGAR erarbeiten in ihrem Forscherheft „Daten erheben und darstellen auf der Ritterburg“ mit den Kindern die tabellarische Darstellung von Mengen sowie die Darstellung von Daten in Verlaufs- und Liniendiagrammen. „Mein Forscherheft rund um das Mittelalter“ von DAVID

BERENS und LINDA KOZLOVSKY behandelt neben Tabellen und Diagrammen (insbesondere Balkendiagramme) auch Aufgaben zur Wahrscheinlichkeit und Kombinatorik (Münzwurf, Flaggengestaltung).

LISA WESTENTHANNER und NINA PÖLLOTH greifen in ihrem Forscherheft mit den Bevölkerungszahlen Mittelfrankens einen regionalen Kontext auf, in dem mit großen Zahlen gearbeitet wird, wenn es um das sinnvolle Runden von exakten Zahlenwerten und um das graphische Darstellen der Werte geht.

Das Forscherheft „Würfelspiele – vom Glück und vom Wissen“ von JENNY HELMREICH, LAURA SCHRAMM und MARKUS STAPF beschäftigt sich mit dem Einschätzen von Gewinnchancen bei verschiedenen Würfelspielen.

Literatur

LORENZ, JENS HOLGER (2014) Aspekte des Wahrscheinlichkeitsbegriffs in der kindlichen Entwicklung. In: SPROESSER, U., WESOLOWSKI, S., WÖRN, C.: Daten Zufall und der Rest der Welt. Didaktische Perspektiven zur anwendungsbezogenen Mathematik. Wiesbaden: Springer, 159-167

PIK AS (2010) Haus 8: Guter Unterricht. Forschendes Lernen im Mathematikunterricht. (online verfügbar: <http://pikas.dzlm.de/material-pik/herausfordernde-lernangebote/haus-8-informations-material/informationstexte/informationstexte198.html>, 25.02.15)

STAATSWISSENSCHAFTLICHE INSTITUT FÜR SCHULQUALITÄT UND BILDUNGSFORSCHUNG (2008). Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit. Vorschläge für einen handlungsorientierten Mathematikunterricht in der Grundschule. (online verfügbar: <http://www.isb.bayern.de/schulartspezifisches/materialien/d/daten-haeufigkeit-und-wahrscheinlichkeit/>, 18.11.14)

STMBW - BAYERISCHES STAATSMINISTERIUM FÜR BILDUNG UND KULTUS, WISSENSCHAFT UND KUNST (HRSG.) (2014). LehrplanPLUS Grundschule - Lehrplan für die bayerische Grundschule. Würzburg: Stürtz.

WITTMANN, ERICH CHRISTIAN (1991). Was ist in der Tüte? In: *Unterstufe*. Jg. 38 (10), 273-275.

Daten und Zufall in der Grundschule

Nicolai von Schroeders

In diesem Artikel werden Grundlagen der beschreibenden Statistik vorgestellt und aufbauend darauf, Übergänge zum Wahrscheinlichkeitsbegriff aufgezeigt. Im ersten Abschnitt werden Begriffe aus der beschreibenden Statistik eingeführt. Auch wenn viele dieser Begriffe im Unterricht keine Verwendung finden, geht es darum, den Leser mit dem notwendigen Rüstzeug auszustatten. Dabei werden verschiedene Skalenarten und auch Diagrammtypen aufgegriffen und mit schulnahen Beispielen verdeutlicht. Die unterschiedlichen Datenerhebungsarten liefern dann einen ersten Übergang zur Wahrscheinlichkeitstheorie. Im Abschnitt 2 werden dazu zuerst ein paar sprachliche Unzulänglichkeiten erläutert und dabei auf die Unterschiede zwischen dem umgangssprachlichen und mathematischen Gebrauch z.B. des Begriffs „sicher“ eingegangen. Im letzten Kapitel werden nach der Einführung einiger Grundbegriffe neben dem subjektivistischen auch der klassische und der frequentistische Wahrscheinlichkeitsbegriff eingeführt und hierbei die Verwendung absoluter Häufigkeiten in Verbindung mit Wahrscheinlichkeitsaussagen dargestellt.

1. Beschreibende Statistik

Die Ziele der beschreibenden (deskriptiven) Statistik sind

- Daten zu erheben,
- erhobene Daten strukturiert zu erfassen und
- erfasste Daten graphisch darzustellen.

Inwieweit es bei der eigentlichen Visualisierung der Daten dabei zu einem Informationsverlust kommen kann, soll Thema der Beurteilung der einzelnen Darstellungsmöglichkeiten sein. Der erste Gedanke gilt jedoch zunächst der Datenerhebung.

1.1 Daten erheben

Der wichtigste Baustein einer Datenerhebung ist die Bestimmung der **Merkmale**, deren **Merkmalsausprägungen** erhoben werden sollen, und deren Operationalisierung, d.h. wie diese Merkmale beobachtet oder gemessen werden können. Ausgangspunkt sind allerdings immer die sogenannten **Merkmalsträger** einer **Stichprobe** aus einer **Grundgesamtheit** (vgl. KÜTTING & SAUER 2014, 10).

Ein Merkmal könnte die Augenfarbe von Schülerinnen und Schülern in der zweiten Klasse an deutschen Grundschulen sein. Dann wäre das Merkmal die Augenfarbe und die Merkmalsausprägungen die möglichen Augenfarben (blau, braun, grau, grün, ...). Als Stichprobe der Grundgesamtheit aller Schülerinnen und Schüler in einer zweiten Klasse an einer Grundschule in Deutschland könnten die Schülerinnen und Schüler einer zweiten Klasse einer Grundschule in Nürnberg dienen.

Allgemein ist es hilfreich, den Merkmalsträger eher als ein beliebiges Objekt zu verstehen, das nicht nur eine bestimmte Eigenschaft besitzen, sondern auch eine Entscheidung fällen oder ein Ergebnis liefern kann.

Deutlich wird das, wenn die Arten der Datenerhebung betrachtet werden. Eine **Befragung/Umfrage** im Sinne der Abfrage einer Eigenschaft wie z.B. die Frage nach der Anzahl der Geschwister, kann genauso interessante Daten liefern wie eine **Beobachtung** in Form von „verlässt die Lehrerin den Klassenraum nach rechts oder links“. Und natürlich bietet sich auch ein sogenanntes **Experiment** an, bei dem z.B. durch mehrmaliges Werfen einer Münze die verschiedenen Ausgänge und deren Häufigkeiten erfasst werden.

Allen Merkmalen der Merkmalsträger muss gemein sein, dass diese zumindest zwei Ausprägungen haben. So kann z.B. bei einem Münzwurf Kopf oder Zahl fallen oder ein Schüler kann morgens mit dem Bus, dem Fahrrad oder zu Fuß zur Schule kommen.

Zusätzlich können Merkmalsarten differenziert betrachtet werden, die sich anhand der Merkmalsausprägungen, deren Ordnung und Anzahlen unterscheiden.

Quantitative/qualitative Merkmale

Ein (physikalisch) messbares Merkmal, dessen Merkmalsausprägungen mit Zahlenwerten angegeben werden, heißt **quantitatives Merkmal**. Typische Vertreter dieser Merkmalsklasse sind z.B. das Körpergewicht oder die Temperatur. Hierzu gehören allerdings nicht Merkmale, die bei der Datenerfassung durch eine Kodierung auf Zahlenwerte abgebildet werden. Das sind z.B. solche Zuordnungen, in denen persönliche Einschätzungen durch Zahlenwerte (stimme nicht zu = 0, stimme bedingt zu = 1, stimme zu = 2) ausgedrückt werden. Genaugenommen fallen also auch die Schulnoten nicht unter diese Kategorie.

Als **qualitative Merkmale** bezeichnen wir alle anderen Merkmale, bei denen sich die Merkmalsausprägungen eindeutig in zumindest zwei Kategorien unterscheiden lassen. Typische Vertreter sind hier neben den Schulnoten auch die Haarfarbe einer Person oder der Lieblingsfußballverein.

Nominal, ordinal und metrisch skalierte Merkmale (vgl. BORTZ & DÖRING 2006, 67)

Merkmale, bei denen keine Rangfolge auf natürliche Weise gegeben ist, werden als nominalskalierte Merkmale bezeichnet und dessen Merkmalsausprägungen unterliegen einer sogenannten **Nominalskala**. Die Nominalskala macht nur Aussagen über die Gleichheit bzw. Verschiedenheit von Merkmalsausprägungen. Merkmale wie Geschlecht, Lieblingsfarbe oder Lieblingsfußballverein fallen unter diese Kategorie.

Ist eine Rangfolge (Ordnung) der Merkmalsausprägungen möglich, so wird von einem ordinalskalierten Merkmal gesprochen und die