

Sprache und Zeichen

Gert Kadunz (Hrsg.)

Sprache und Zeichen

Zur Verwendung von Linguistik und Semiotik in der
Mathematikdidaktik

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Bibliographic information published by the Deutsche Nationalbibliothek

The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at <http://dnb.d-nb.de>.

Information bibliographique de la Deutsche Nationalbibliothek

La Deutsche Nationalbibliothek a répertorié cette publication dans la Deutsche Nationalbibliografie; les données bibliographiques détaillées peuvent être consultées sur Internet à l'adresse <http://dnb.d-nb.de>.

Gert Kadunz (Hrsg.)

Sprache und Zeichen

Zur Verwendung von Linguistik und Semiotik in der Mathematikdidaktik

ISBN: 978-3-88120-813-0

Das Werk ist in dieser Form urheberrechtlich geschützt. Alle Rechte, insbesondere die der Vervielfältigung und Übertragung auch einzelner Textabschnitte, Bilder oder Zeichnungen vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Zustimmung des Verlages in irgendeiner Form reproduziert werden (Ausnahmen gem. § 53, § 54 UrhG). Das gilt sowohl für die Vervielfältigung durch Fotokopie oder irgendein anderes Verfahren als auch für die Übertragung auf Filme, Bänder, Platten, Transparente, Disketten und andere Medien.

© 2010 by Verlag Franzbecker, Hildesheim, Berlin

Inhalt

Dank 7

Einleitung

Gert Kadunz

Mathematikdidaktische Orientierungen 9

Theorieentwicklung

Willi Dörfler

Mathematische Objekte als Indizes in Diagrammen. Funktionen in der Analysis 25

Michael Meyer

Wörter und ihr Gebrauch – Analyse von Begriffsbildungsprozessen im Mathematikunterricht 49

Anwendungen und Berichte aus der Praxis

Astrid Fischer

Schwierigkeiten beim diagrammatischen Schließen – eine Fallstudie 83

Lisa Hefendehl-Hebeker

Die semiotische Perspektive in der fachdidaktischen Lehramtsausbildung 109

Felix Poklukar

Semiotische Aspekte in der Modellbildung 123

Wolfgang Schlöglmann

Zum Einfluss von Begriffs- und Konzeptentwicklungsprozessen im Verlaufe des Mathematiklernens auf das Entstehen von Affekt 137

Christof Schreiber

Semiotische Prozess-Karten: Analyse kollektiver Problemlöseprozesse mit dem Peirce'schen Zeichenmodell 165

<i>Fritz Schweiger</i>	
Einhörner, Kategorien und Mathematik	201
Methoden der Linguistik	
<i>Jens Rosch</i>	
Didaktische Aufgabenanalyse als Modellierung von Tiefenstruktur	225
<i>Barbara Schmidt-Thieme</i>	
Fachsprache oder: Form und Funktion fachlicher Varietäten im Mathematikunterricht	271
Autorenverzeichnis	305

Gert Kadunz

Mathematikdidaktische Orientierungen

Zu den Aufgaben von Mathematikdidaktik, sofern sie sich den Ansprüchen von Wissenschaft verpflichtet fühlt, zählt unter anderem die nachvollziehbare Beschreibung des Lehrens und Lernens von Mathematik sowie die Planung von Unterricht. Die Erfüllung dieser Aufgaben kann auf unterschiedlichsten Niveaus geschehen. Die Komplexität mathematikdidaktischer Überlegungen ist nicht an die Komplexität der Mathematik geknüpft. Mathematikdidaktische Fragestellungen, die sich auf die Primarstufe beziehen, können ebenso anspruchsvoll sein, wie solche, welche sich in einem universitären Umfeld ergeben. Dazu zählen dann auch Fragestellungen, welche die Ausbildung von Studierenden für das Lehramt betreffen. Um das Geforderte leisten zu können bedarf es auch einer theoretischen Grundlegung, um dem Blick auf gegebenenfalls vorliegende Daten, welche z.B. Aktivitäten von Lernenden zum Inhalt haben, Orientierung zu geben. Damit ist die mathematikdidaktische Tätigkeit zu einem wesentlichen Teil durch Suche und Erprobung von theoretischen Orientierungen bestimmt. Ein aktuelles Beispiel findet sich in einem Themenheft des Zentralblattes für Mathematikdidaktik (vgl. Prediger u.a., 2008). Mit den dort publizierten Texten wurde der Versuch unternommen, sowohl den Stand mathematikdidaktischer Theorien zu beschreiben als auch deren Entwicklung zu forcieren.

Im Sinne solcher Überlegungen soll die kritische Sichtung und adaptierte Anwendung von Theorien aus speziellen Bezugsdisziplinen der Mathematikdidaktik vorgestellt werden, um einen Rahmen für die Texte dieses Sammelbandes zu setzen. Ein Beispiel sei genannt: Solche Ansätze können aus den Kognitionswissenschaften und der Lernpsychologie gewählt sein. Wir erinnern uns an die Ausführungen Jean Piagets und die entsprechenden Adaptierungen bei Hans Aebli und Erich Wittmann (vgl. Aebli, 1980, 1981 sowie Aebli, 1985 oder Wittmann, 1985). Jedenfalls gewinnt man den Vorteil, dass

ein vorhandenes und meist auch sorgfältig ausgebautes Theoriegebäude zum Bezug zur Verfügung steht. Andererseits stammen solche gleichsam umfassenderen Überlegungen nicht aus dem unmittelbaren Umfeld der Mathematikdidaktik, wurden also nicht für die Mathematikdidaktik erstellt. Insofern ist eine behutsame Anpassung an die Erfordernisse der Mathematikdidaktik unerlässlich.

Dieser Verwendungsweise von theoretischen Ansätzen gehorchend werden nun zwei Theoriegebäude vorgestellt, welche für die in diesem Band versammelten Beiträge von bestimmender Bedeutung sind. Ich nenne zuerst die Sprachwissenschaft, die in unterschiedlichen Ausformungen und auch in Verknüpfung mit ergänzenden Theorien die mathematikdidaktische Forschung orientiert. In den einschlägigen Texten reicht das Spektrum von Betrachtungen von Fachsprache im didaktischen Kontext (vgl. dazu auch den Beitrag von Barbara Schmidt-Thieme in diesem Band) bis hin zu sprachtheoretischen Untersuchung von Ursprung und Genese z.B. von Zahlworten (vgl. beispielhaft Maier&Schweiger 1999¹). Eine weitere Verwendung von sprachtheoretischen Ansätzen findet man in der interpretativen Unterrichtsanalyse, wo z.B. aus konversationsanalytischer Sicht (vgl. Krummheuer, 1999, S. 7) die interaktive Strukturierung von Gesprächen im Unterricht untersucht wird. Insofern ist die Verwendung von Elementen der Sprachwissenschaft seit geraumer Zeit (vgl. z.B. die Literaturliste in Maier&Schweiger, 1999) Teil der mathematikdidaktischen Diskussion. Über die eben genannten Verwendungen der Sprachwissenschaft hinaus wird in Texten, die in der Mathematikdidaktik referiert werden (vgl. beispielhaft Parzys u.a., 2007), auch Bezug auf sehr spezielle Ausprägungen und Aspekte der Sprachwissenschaft genommen. Man denke etwa an die umfangreiche Diskussion zur Sprachfigur der Metapher, die als eine Folge der Arbeiten von Johnson und Lakoff gesehen werden kann (vgl. Lakoff, 1987; Lakoff & Johnson, 1999; Lakoff&Nunez, 1997; Morgan, 2007).

¹ Eine frei verfügbare Version von „Mathematik als Sprache“ kann im pdf-Format von www.uni-klu.ac.at/kadunz/semiotik/products.htm geladen werden.

Wegen diesen in der Mathematikdidaktik hinreichend rezipierten Arbeiten wende ich mich nun etwas ausführlicher der Beschreibung des zweiten der eben versprochenen Ansätze zu. Es ist dies die Theorie der Zeichen, im vorliegenden Fall in Gestalt der Semiotik des Ch.S. Peirce. Um die Verwendung dieser Semiotik im mathematikdidaktischen Diskurs leichter nachvollziehen zu können, erscheinen Hinweise auf zwei maßgebliche Kontexte notwendig, welche ihrerseits den Boden für die Verwendung der angesprochenen Semiotik vorbereiteten. Zum einen handelt es sich um ein Thema der Mathematikdidaktik. Unter den Stichworten Veranschaulichung bzw. Visualisierung erschienen und erscheinen in mathematikdidaktischen Journalen, Sammelbänden zu Tagungen und Monografien eine Vielzahl von Texten. Dazu gleich mehr. Die Vorstellung des zweiten Kontextes wird zeigen, dass Entwicklungen der Mathematikdidaktik, wie oben durch den Hinweis auf Piaget bereits angedeutet, auch immer von Entwicklungen aus Teilen der Geisteswissenschaften (mit)bestimmt werden. Ein nicht unbeträchtlicher Teil geisteswissenschaftlicher, dem Zeitgeist gemäßer gesprochen, kulturwissenschaftlicher Anstrengungen, bemühen sich um die Klärung der Verwendung von Bildern² in unterschiedlichsten Zusammenhängen. Über diese Hinwendung zu Bildern jenseits einer kunsttheoretischen Betrachtung oder auch theologischen Sicht auf Bilder und in klarer Abgrenzung zur Geringschätzung von Bildern (vgl. Bell, 2001, S. 9ff), wird skizzenhaft zu berichten sein. Der Kulturwissenschaftler W. Mitchell nannte 1992 diese Hinwendung einen „pictorial turn“ (vgl. Mitchell 1997).

Doch zuerst zur Visualisierung in der Mathematikdidaktik. Die Reihe der einschlägigen Publikationen ist lang. Erinnern wir uns an die Tagungsbände zu den Visualisierungswshops an der Universität Klagenfurt (vgl. Kautschitsch, 1989, 1991, 1994), an ein Themenheft des ZDM (vgl. Peters, 1994) oder an eine Vielzahl von Arbeiten aus dem angelsächsischen Raum. Hier besonders an frühe Texte von Norma Presmeg (vgl. Presmeg, 1986, 1994,

² Hier wird das Wort Bild im Sinne der Umgangssprache verwendet. Auf Bilddefinitionen, wie etwa Bild als Unterkategorie des Ikons bei Peirce, oder Nelson Goodmans Definition des Bildes über die Dichtheit (vgl. Goodman, 1976) wird nicht eingegangen.

Theorieentwicklung und Weiterführung der Konzepte

Willi Dörfler

Mathematische Objekte als Indizes in Diagrammen. Funktionen in der Analysis

Ausgangspunkt ist die Feststellung einer stilistischen Analogie zwischen Aussagen in den Naturwissenschaften und Sätzen in der Mathematik, speziell in der Analysis: In beiden werden Behauptungen über Eigenschaften von und Beziehungen zwischen den untersuchten Gegenständen aufgestellt. Die Frage ist nun, was der Beobachtung (und dem Experiment) in den Naturwissenschaften in der Mathematik (am Beispiel der Analysis) entsprechen könnte. Dazu werden der Peircesche Zeichenbegriff und der Regelbegriff nach Wittgenstein verwendet. Das Hauptergebnis ist, dass die mathematischen Gegenstände in den Beweisen als Indizes in Diagrammen auftreten, deren Bedeutung durch ein Regelsystem festgelegt ist. Beobachtet werden Diagramme und ihre Transformationen. Die mathematischen Gegenstände selbst sind nach Sybille Krämer dadurch symbolisch konstituiert und ihre referenzielle Bedeutung ist ohne direkten Einfluss.

Vorbemerkungen. Dieser Artikel entstand im Zusammenhang mit einer Lehrveranstaltung zur Reellen Analysis und aus deren epistemologischen und semiotischen Reflexion. Für diese verwende ich die Peircesche Semiotik, insbesondere die Begriffe Diagramm, Index, Symbol und diagrammatisches Schließen. Dafür verweise ich auf Hoffmann (2005) oder auch Dörfler (2006). Weiters verwende ich für meine Analysen und Interpretationen von Texten (von Beweisen) aus der Analysis den Wittgensteinschen Begriff der Regel und seine Sicht, dass mathematische Sätze Regeln zum Gebrauch der von ihnen verwendeten Termini festlegen. Als Hintergrund dazu dient auch die Idee des Sprachspiels von Wittgenstein. Zu Wittgenstein siehe etwa Ramharter und Weiberg (2006) oder auch Redecker (2006). Schließlich beziehe ich mich auf Sybille Krämer (1991) und ihre Theorie der symbolischen Konstitution von Referenzobjekten mathematischer Zeichen. Alle diese Kon-