

texte zur
mathematischen
forschung und lehre

75

Sandra Thom

Kinder lernen entdeckend

Eine hermeneutische Untersuchung zur Konzeption und Realisierung des Mathematikunterrichts Maria Montessoris

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Bibliographic information published by the Deutsche Nationalbibliothek
The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at <http://dnb.d-nb.de>.

Information bibliographique de la Deutsche Nationalbibliothek
La Deutsche Nationalbibliothek a répertorié cette publication dans la Deutsche Nationalbibliografie; les données bibliographiques détaillées peuvent être consultées sur Internet à l'adresse <http://dnb.d-nb.de>.

Sandra Thom

Kinder lernen entdeckend

Eine hermeneutische Untersuchung zur Konzeption und
Realisierung des Mathematikunterrichts Maria Montessoris

ISBN 978-3-88120-809-3

tmfl 75

DISSERTATION zur Erlangung des Doktorgrades der Philosophie
im Fach Mathematik (Didaktik) der Hochschule Vechta
Betreuer: Prof. Dr. Martin Winter eingereicht von Sandra Thom,
M.A. in Vechta, im September 2009, Druckerlaubnis am
18.02.2010 mit bestandener Disputation erteilt

Das Werk ist in dieser Form urheberrechtlich geschützt. Alle Rechte, insbesondere die der Vervielfältigung und Übertragung auch einzelner Textabschnitte, Bilder oder Zeichnungen vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Zustimmung des Verlages in irgendeiner Form reproduziert werden (Ausnahmen gem. § 53, § 54 UrhG). Das gilt sowohl für die Vervielfältigung durch Fotokopie oder irgendein anderes Verfahren als auch für die Übertragung auf Filme, Bänder, Platten, Transparente, Disketten und andere Medien.

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis.....	V
-------------------------	---

0. Einleitung: Eine hermeneutische Untersuchung zur Konzeption und Realisierung des Mathematikunterrichts Montessoris..... 1

0.1. Ziel und Problematik der Arbeit	1
0.2. Quellen und Methodik.....	5
0.3. Zum Aufbau der Arbeit.....	8

1. Zur Theorie und Entwicklung des entdeckenden Lernens..... 13

1.1. Was ist entdeckendes Lernen? – Einige Definitionen zu Beginn	14
1.2. Ein kurzer Abriss zur Geschichte des entdeckenden Lernens in der pädagogisch-didaktischen Diskussion	17
1.3. Konstituierende Elemente entdeckenden Lernens	21
1.4. Warum entdeckend lernen?.....	37
1.5. Problemfelder des Begriffs – ein Versuch der Abgrenzung und Schärfung	40
1.6. Entdeckendes Lernen und genetischer Unterricht in den Naturwissenschaften	56
1.7. Einige Bemerkungen zu Besonderheiten entdeckenden Lernens im Bezug auf den Mathematikunterricht der Grundschule	59
1.8. Zwischenfazit: Entdeckendes Lernen, was ist das?	68

2. Grundlegendes zur Anthropologie Montessoris 71

2.1. Kosmische Theorie und Erziehung als Rahmenkonzeption für Unterricht an der Grundschule	71
2.2. Die Bildung der Persönlichkeit als Aufgabe des Kindes.....	73
2.3. Zum Begriff der Leistung und zur Effizienz der Montessori-Methode....	79

2.4.	Indirekte Erziehung.....	87
2.5.	Zwischenfazit: Anthropologisch-pädagogische Begründungen für entdeckendes Lernen.....	90
3.	Die Arbeit der Kinder in der vorbereiteten Umgebung.....	93
3.1.	Das Kind in der vorbereiteten Umgebung: Ergebnisse einer Langzeit-Videobeobachtung.....	93
3.2.	Zwischenfazit: Die vorbereitete Umgebung als <i>scaffolding</i>	119
4.	Montessoris Metaphorik zur Wissensrepräsentation und Abstraktion als Basis für die Informations-verarbeitung beim entdeckenden Lernen .	121
4.1.	Wissensrepräsentation.....	122
4.2.	Die Metaphorik Montessoris zur mentalen Repräsentation.....	139
4.3.	Abstraktion und Verallgemeinerung.....	151
4.4.	Zur Subjektivität von Wissen.....	170
4.5.	Zwischenfazit: Kognitionspsychologische Begründungen und Subjektivität von Wissen als Basis für Lenkung von Entdeckung	171
5.	Der mathematische Geist als Grundlage und kognitive Wirkkraft gelenkter Entdeckung im Mathematikunter-richt.....	173
5.1.	Der ‚mathematische Geist‘ Montessoris auf der Basis des <i>esprit géométrique</i> des Blaise Pascal	175
5.2.	Mathematischer Geist und Zahlensinn, Lernpotenzial des Kindes	210
5.3.	Muster entdecken und fortsetzen – Einsatzmöglichkeiten für mathematischen Geist und Imaginationskraft.....	215
5.4.	Der mathematische Geist als ‚analogisierender‘ Geist.....	232
5.5.	Die (operative) Vernetzung des Denkens	280
5.6.	Zwischenfazit: Kinder <i>können</i> Mathematik entdecken – Zur Bedeutung des mathematischen Geistes.....	285

6.	Mathematische Inhalte als Basis gelenkten Entdeckens	287
6.1.	Mathematischer Geist und psychologisch-genetischer Unterricht: Fundamentale Ideen des Montessori-Mathematikunterrichts als Grundlage für das Wirken des mathematischen Geistes	287
6.2.	Zur Entstehung des Materials	302
6.3.	Zwischenfazit: Die Inhalte der Montessori-Arithmetik als fundamentale Ideen	351
7.	<i>Aktiv</i> entdecken, verstehen – und verbalisieren?	353
7.1.	Handlungen können Muster werden: ‚Gleichartig‘ ist <i>nicht</i> ‚immer gleich‘	354
7.2.	<i>Aktives</i> Entdecken und Verstehen beim Imitationslernen? – Die Theorie der Sozialen Kognition M. Tomasellos	366
7.3.	Vom grundlegenden Verständnis zum Verstehen.....	387
7.4.	Zur Rolle des Verbalisierens beim entdeckenden Lernen	406
7.5.	Zwischenfazit: Einführung und selbstständige Arbeit der Kinder als Zeit und Raum für Entdecken und Verstehen	413
8.	Geschichte(n) im Mathematikunterricht Montessoris: Zentrale Elemente für entdeckendes Lernen im fächerübergreifenden Kontext	415
8.1.	Historisch-genetisches Lernen im Mathematikunterricht.....	416
8.2.	Die Geschichten in der Montessori-Mathematik.....	430
8.3.	Die ‚Geschichte der Multiplikation‘ als Beispiel einer <i>key lesson</i>	444
8.4.	Zwischenfazit: Geschichte(n) im Mathematikunterricht und entdeckendes Lernen.....	473
9.	<i>Statt einer Zusammenfassung – Kinder lernen entdeckend</i>	475
9.1.	Pädagogisch-anthropologische Voraussetzungen als Basis für entdeckendes Lernen.....	476

9.2. Die Bedeutung von vorbereiteter Umgebung und <i>scaffolding</i> für entdeckendes Lernen als Lernprinzip der Arbeit mit und an den Mathematikmaterialien	479
9.3. Grundformen entdeckenden Lernens im Mathematikunterricht Montessoris	489
9.4. Entdeckendes Lernen und genetischer Unterricht	491
10. Abschließende Bemerkung und Ausblick.....	493
Anhang	497
Quellen- und Literaturverzeichnis	505

0. Einleitung: Eine hermeneutische Untersuchung zur Konzeption und Realisierung des Mathematikunterrichts Montessoris

0.1. Ziel und Problematik der Arbeit

Seit einigen Jahren erfreut sich die Montessori-Pädagogik in der deutschen Bildungslandschaft zunehmender Beliebtheit, wie u.a. an der Zahl der Neugründungen von Montessori-Einrichtungen, der Nutzung von Elementen der Montessori-Pädagogik – beispielsweise in der Früh- oder Dyskalkulieförderung, im Unterricht an Grundschulen – oder auch an der Zahl der populärwissenschaftlichen oder wissenschaftlichen Veröffentlichungen zu den unterschiedlichsten Bereichen der Montessori-Pädagogik zu erkennen ist.

Von der vielfältigen wissenschaftlichen Betrachtung ausgenommen ist einzig der Mathematikunterricht Montessoris: Eines der zentralen Unterrichtsfächer der Grundschule mit allgemeinbildendem Auftrag zeichnet sich für den Bereich der Montessori-Konzeption sowohl auf Seiten der Mathematikdidaktik als auch auf Seiten der Pädagogik durch seine nahezu fehlende Grundlagenforschung aus. Die wenigen als solche zu bezeichnenden Untersuchungen sind dabei neben einer Dissertation zum Bruchrechnen (wobei die Bruchrechnung eher als peripher zur Grundschulmathematik zu betrachten ist) vor allem Forschungen, die eindeutig den Erfolg des Mathematikunterrichts Montessoris aufzuzeigen vermögen. Unhinterfragt bleibt die Frage nach dem eigentlichen Grund für diesen Erfolg jenseits vorwiegend allgemeiner oder pädagogischer Begründungen wie dem Hinweis auf das Potenzial von Freiarbeit etc.: *Warum* ist der Mathematikunterricht Montessoris so erfolgreich? *Was genau* führt dazu, dass Kinder erfolgreich ‚Mathematik treiben‘? *Welche Elemente tragen* also den Mathematikunterricht? Diese Fragen sind folglich Fragen zur *Didaktik* des Konzeptes Montessoris. Sie sind sowohl die Basis als auch der Ausgangspunkt der vorliegenden Untersuchung, die sich als Grundlagenforschung zum Lernen im Mathematikunterricht Montessoris versteht, zugleich jedoch durch die Analyse der Elemente ihrer nachgewiesenermaßen erfolgreichen Förderung des Mathematiklernens in der Grundschule auch einen grundsätzlichen Beitrag zur Mathematikdidaktik im Allgemeinen leisten möchte.

Die Komplexität eines möglichen Ursachengefüges berührt dabei den Kern eines mathematikdidaktischen Konzepts des Mathematikunterrichts Montessoris. Angesichts der fehlenden Grundlagenforschung sollte die Untersuchung einerseits abgrenzbaren und im Umfang einer einzelnen Arbeit zu klärenden Fragestellung auf der anderen Seite auch ein wenig Licht auf ‚das Ganze‘ werfen. So kristallisierte sich als inhaltlicher Fokus und Forschungsgegenstand dieser Arbeit die Untersuchung eines Lernprinzips heraus, das für die aktuelle Mathematikdidaktik von grundlegender Bedeutung ist und für das sich im Lauf langjähriger Studien die Hinweise auf fundamentale Parallelen im Konzept Montessoris verdichteten: Im Zentrum der Untersuchung steht das Prinzip des entdeckenden Lernens, dessen analytische Darlegung zugleich in Teilen das Wesen dieses Konzepts zu erhellen vermag.

Ein historisches Konzept wie das Montessoris begrifflich als ‚entdeckendes Lernen‘ zu fassen, mit einem Begriff also, der erheblich jüngeren Datums ist und erst nach einem Paradigmenwechsel in der Psychologie möglich wurde, mag indes nicht unkritisch gesehen werden. So bedarf es hinsichtlich der vorliegenden Untersuchung einer Analyse und Darstellung der tragenden Elemente des Prinzips entdeckenden Lernens, um den gelegentlich wegen seiner schweren Fassbarkeit als ‚Omnibusbegriff‘ bezeichneten Begriff des entdeckenden Lernens und seine Inhalte für eine mögliche Analyse der didaktischen Hinweise Montessoris auf ein zugrundeliegendes Konzept nutzbar machen zu können.

Wie ein roter Faden zieht sich das entdeckende Lernen als Lernprinzip durch die aktuelle Mathematikdidaktik für die Grundschule. Als umfassendes Lernprinzip ist es in besonderer Weise kennzeichnend für eine Didaktik, die auf der einen Seite eine anthropologisch-psychologische Sicht auf das Kind als konstruktiv bzw. aktiv-kognitiv tätiges Individuum und Subjekt besitzt und zugleich von einer strukturorientierten Sichtweise auf das Wesen der Mathematik geprägt ist, die im Allgemeinen mit der Kurzformel ‚Mathematik als Wissenschaft von den Mustern‘ bezeichnet wird. Damit ist entdeckendes Lernen ein Prinzip für die Planung und Durchführung von Unterricht, das sowohl eine inhaltliche als auch eine psychologische Dimension besitzt, wodurch es augenscheinliche Parallelen zu Montessoris Konzept besitzt.

dung wahrgenommener Kompetenz menschlichen Denkens als ‚mathematischem Geist‘, der nach ihren Aussagen zu ‚Exaktheit, Ordnung und Vergleich‘ fähig sein sollte. Seine von Montessori vorgenommene Entlehnung aus dem Werk des rationalistischen französischen Philosophen und Mathematikers Blaise Pascal macht eine Klärung des Pascal’schen Begriffsinhaltes notwendig, die anschließend in den Kontext der Ideen Montessoris gesetzt werden muss. Für eine weitergehende Untersuchung einer möglichen Wirksamkeit des mathematischen Geistes wird nachfolgend eine andere Primärquelle zur Unterstützung der Aussagen Montessoris herangezogen: Die sog. ‚Montessori-Materialien‘ wurden von Montessori nach ihren Überlegungen bezüglich des Lernens von Kindern gestaltet, empirisch in einer Art ‚Feldforschung‘ erprobt, zum Teil modifiziert und erst dann auf breiter Linie in ihr Konzept übernommen. Sowohl die Gestaltung der Materialien selbst als auch ihre Handhabung verweisen im Sinne Klix’ als ‚materialisierte Denkresultate‘ oder „verfestigte Denkergebnisse“⁶ auf die Denkstrukturen Montessoris zum Lernen von Kindern und damit indirekt auch auf den mathematischen Geist als geistiger Kompetenz für ein Lernen durch Exaktheit, Ordnung und Vergleich. Eine Beschränkung auf die Arithmetikmaterialien erweist sich dabei zugleich als organisatorisch zwingend und als sinnvoll, ohne dass durch diese Begrenzung Einschränkungen hinsichtlich der Wirksamkeit des mathematischen Geistes in Bezug auf andere mathematische Inhalte (oder auch andere Inhalte außerhalb der Mathematik) abgeleitet werden können oder sollen. Der Grund für die Begrenzung auf die Arithmetik liegt nicht in der häufigen, jedoch nicht zu rechtfertigenden Gleichsetzung der Mathematik mit der Arithmetik, sondern vielmehr in der Arbeit mit den Quellen selbst: Die Arithmetikmaterialien können in ihrer bereits historisch gegebenen und in ihrem Werden somit teils nachvollziehbaren Elaboriertheit direkt auf Maria Montessori und ihren engsten Vertrauten und Sohn zurückgeführt werden und erweisen sich folglich als besondere Quelle für die vorliegende Untersuchung. Der mathematische Geist zeigt sich unter Hinzuziehung aktueller Forschung in der hier nicht möglichen erschöpfenden Betrachtung dabei auf mehreren Ebenen im Arithme-

⁶ Klix (1992) 88

tikunterricht, die von Montessori mit den substantivierten Tätigkeitswörtern ‚Ordnen und ‚Vergleichen‘ als Kompetenzbereiche des mathematischen Geistes bezeichnet werden: Als visuelle Strukturierungsfähigkeit, wie eine aktuelle didaktische Forschungsarbeit auf der Grundlage einer modifizierten philosophischen Ansicht vom Wesen der Mathematik heraushebt, offenbart er sich in einer strukturorientierten mathematischen Ansicht beim Erkennen von mathematischen Mustern. Als eine Form operatives Lernens erweist er in der Erforschung und Entdeckung von Gesetzmäßigkeiten und der Vernetzung von Wissen seine Wirksamkeit. In seiner zentralen Dynamik als analogisierender Geist wird der mathematische Geist als erheblich für eine Lenkung von Entdeckung (*scaffolding*) durch die Isolierung der Schwierigkeiten in der materialisierten Abstraktion und ihre anschließende Synthese zu einem komplexen Begriff fassbar gemacht.

Diese offenbar zentrale Rolle des mathematischen Geistes beim Lernen von Kindern führt zugleich auf ein weiteres Problemfeld bei der Betrachtung eines Konzepts entdeckenden Lernens, auf das der mathematischen Inhalte: Soll ein komplexer mathematischer Inhalt im Hinblick auf die Ermöglichung (selbstständigen) entdeckenden Lernens von Kindern analysiert, in Teilaspekte zerlegt und so in der Isolierung der Schwierigkeit den Entdeckungen von Kindern zugänglich gemacht werden, ergibt sich hieraus neben der im vorigen Kapitel zu erläuternden Frage nach der Synthetisierung der Teilaspekte nun weiterführend die Frage nach Inhalten und Materialien. Diese Frage ist vorwiegend in der historischen Betrachtung und zum Teil nur am Beispiel zu beantworten: Welche Inhalte dien(t)en als Grundlage der Analyse, Zerlegung und Synthese und damit als ‚fundamentale Idee‘ des Arithmetikunterrichts, wie sie dem entdeckenden Lernen als Teil eines genetischen Unterrichts zu Grunde liegen? Wie erfolgt also eine Materialisierung der Abstraktion als Vergegenständlichung mathematischer Sachverhalte in den Materialien und nach welchen Kriterien erfolgt die Auswahl eines ‚Kreuzpunktes‘ auf dem Weg zu einer mathematischen Begriffsbildung? Woher gewann Montessori die Ideen zur Konstruktion ihrer Materialien? Diesen Fragen gehen einige exemplarische Betrachtungen im 6. Kapitel nach. Dabei wird das mutmaßlich komplexeste Material des Arithmetikunterrichts, das ‚Große Multiplikationsbrett‘, in das Zentrum der Untersuchung gestellt, kann an seinem Beispiel doch der Nachweis für die zumindest logisch nachvollziehbare und

Kapitel 0

Einleitung: Eine hermeneutische Untersuchung zur Konzeption und Realisierung des Mathematikunterrichts Montessoris

begründbare Herkunft eines Teils des Materials erbracht werden, womit zugleich Optionen für künftige Weiterentwicklungen des Konzepts aufgeworfen werden.

Kapitel 7 richtet sodann den Fokus auf die Realisierung entdeckenden Lernens in der Freiarbeit mit den Materialien, d.h. es stellt die Frage nach einer möglichen Lenkung entdeckenden Lernens, was somit auch die Zielsetzung von Unterricht betrifft. Die Überlegungen nehmen dazu Zeit und Ort der Entdeckungsprozesse vor allem für die zentralen Elemente von Einführungen (Lektionen) und eigener Arbeit des Kindes (Polarisation der Aufmerksamkeit) in den Blick und beleuchten darüber hinaus die für entdeckendes Lernen wichtigen Elemente des Verstehens und Verbalisierens. Dies ist auch der zwischen den Polen von Freiheit und Bindung in der Freiarbeit befindliche Raum für die oben angesprochene Kritik am Konzept Montessoris in der Diskrepanz zwischen Theorie und Praxis als Teil eines Rezeptionsprozesses, der der kritischen Überprüfung bedarf.

Zugleich schließt dieses Kapitel im Wesentlichen die Untersuchung der Arbeit mit den Montessori-Materialien ab, und Kapitel 8 widmet sich dem oben bereits genannten zweiten Fundament des Mathematikunterrichts Montessoris: der von Montessori erst spät entwickelten und jeglichem Unterricht in der Grundschule als Rahmenkonzeption übergeordneten kosmischen Erziehung, die hier in Form von Geschichte(n) im Mathematikunterricht repräsentiert ist. Es stellt sich hier die Frage nach einer möglichen (auch von bis dahin erfolgten Betrachtungen abweichenden) Form der Realisierung entdeckenden Lernens als Gegenstand der Untersuchung sowie in seiner Funktion als ‚Rahmenkonzeption‘ letztlich auch nach der Bedeutung der Geschichten für den Lernprozess in der Arbeit mit den Materialien, d.h. die Frage nach der organisatorischen und besonders lerntheoretisch bedeutsamen Verbindung der Inhalte des Mathematikunterrichts. Im Gegensatz zu bereits publizierten Vorarbeiten der Autorin vorliegender Arbeit zum historischen Lernen bei Montessori wird hier auf eine ausführliche Darstellung der großen *cosmic tale*, der Geschichte des Zählens und der Zahlen, zugunsten einer Fokussierung auf weitere Geschichten als Möglichkeiten historischen Lernens im Mathematikunterricht verzichtet. Eine ‚Geschichte der Multiplikation‘, aufbauend auf den bereits im sechsten Kapitel erläuterten historischen Verläufen

Kapitel 0

Einleitung: Eine hermeneutische Untersuchung zur Konzeption und Realisierung des Mathematikunterrichts Montessoris

bei der Entwicklung des Schachbrettalgorithmus, soll exemplarisch in ihrer Tragweite und Bedeutung mögliche Einsatzfelder von Geschichten sowie ihr Potenzial für weiterführendes Arbeiten erhellen und die vorangegangenen Ausführungen zur Arbeit der Kinder in der vorbereiteten Umgebung vertiefen.

Ein letzter zusammenfassender Teil (Kapitel 9) skizziert schließlich an Hand der genannten Fragebogenerhebung in gegebener Kürze wesentliche Unterschiede der Einstellungen von Lehrenden an Montessori-Einrichtungen zu Lehrenden an ‚Regelschuleinrichtungen‘; die hierin von Montessori-Lehrenden als Praktikern und Rezipienten des Konzeptes Montessoris geäußerte Kritik an dem Konzept für den Mathematikunterricht und vornehmlich die Kritikpunkte hinsichtlich der Realisierung entdeckenden Lernens soll dabei auch als Rahmen für eine Zusammenfassung einiger wesentlicher Ergebnisse der vorliegenden Arbeit dienen.

1. Zur Theorie und Entwicklung des entdeckenden Lernens⁷

Der Begriff des entdeckenden Lernens resultiert aus einem Paradigmenwechsel aus der Mitte des 20. Jahrhunderts hinsichtlich der Betrachtung des Lernens von Menschen. Er ist in seiner Grundlegung besonders mit dem Namen eines Psychologen, J. S. Bruner, verbunden, der das Prinzip bekannt machte und nachfolgend gegen Kritiker verteidigte.

Dabei ist der Begriff an sich schwer fassbar, so dass in diesem Kapitel einerseits seine konstituierenden Elemente herausgestellt werden sollen, zusammengefasst als entdeckendes Lernen als *Lernprozess*, als *Lernmethode* oder als *Lernziel*, womit eine Darstellung der Begründung eng verbunden ist. Daneben kann eine Betrachtung seiner Problemfelder, als Abgrenzung zu benachbarten und teils sich überschneidenden Begriffen zu seiner Erhellung beitragen. Als Lernprinzip kommt dabei entdeckendem Lernen in den Naturwissenschaften und hauptsächlich im Mathematikunterricht durch seine Beziehung zum Fach, dem Verständnis dessen, was Mathematik ist, und den besonderen Vorgehensweisen eine modifizierte, ja vertiefte Bedeutung zu, die am Schluss dieses Kapitels aufgearbeitet wird.

Den Beginn bilden einige Definitionen, die exemplarisch das Spektrum des Begriffs ‚entdeckendes Lernen‘ aufzeigen, das in der Folge erläutert wird. Diese kleine Auswahl kann zugleich durch seine historische Abfolge einen Einblick in das Werden des Begriffs in der vorwiegend pädagogischen Diskussion der letzten Jahrzehnte geben und vermag auch den Verlauf der Diskussion mit seinen entscheidenden Diskussionspunkten aufzuzeigen.

⁷ Soweit nicht anders angegeben, stammen Bilder von der Autorin der vorliegenden Arbeit. Ein Hinweis zur Zitation: Eckige Klammern (soweit sie nicht kursiv als Teil des Zitats geschrieben sind) kennzeichnen redaktionelle Bearbeitungen:

[...] Auslassung

[, S.T.] Ergänzungen durch die Autorin

[sic!] Hinweis auf einen Fehler im ursprünglichen Zitat

[i.e., S.T.] *id est*, Erläuterung des Gemeinten im Text (z.B. beim Gebrauch von Pronomen in der Quelle)