

Otto Rang

**Zur Theorie
der physikalischen Kommunikation**



1. Auflage Dezember 2016
Veröffentlicht im Verlag Franzbecker
Hildesheim

Bild auf dem Umschlag von Rups Kroker „Tore zur Wirklichkeit“ (2008)

© 2016 Verlag Franzbecker, Hildesheim

ISBN 978-3-88120-592-4
Otto Rang
Zur Theorie der physikalischen Kommunikation

www.franzbecker.de

Im Gedenken an meine verstorbene Frau

Ursula,

die mir in 67 Ehejahren als Hausfrau und Mutter unserer Kinder den Freiraum
zur Ausübung meiner wissenschaftlichen Tätigkeit geschaffen hat

Dr.-Ing. Otto Rang, Prof. i. R. der Hochschule Mannheim, Honorarprof. der Techn. Univ. Darmstadt und Honorarprof. der Univ. Mannheim, studierte an der Deutschen Techn. Hochschule in Prag Elektrotechnik. Nach Ablegen der Diplomprüfung folgten drei Jahre Kriegsdienst und zehn Jahre Industrietätigkeit, in denen er sich mit Elektronenmikroskopie befasste. Es folgte eine dreißigjährige Lehrtätigkeit an der damaligen Ingenieurschule, der jetzigen Hochschule Mannheim, bei der seine Lehrfächer vor allem Physik und Mathematik waren. Nebenher arbeitete er auf dem Gebiet der Elektronenmikroskopie weiter und promovierte und habilitierte sich an der damaligen Techn. Hochschule Darmstadt auf dem Gebiet der Physik. Nach Eintritt in den Ruhestand hielt er noch viele Jahre Vorlesungen an der Hochschule so wie an den beiden Universitäten und behandelte dabei auch physikdidaktische Fragen.

Inhalt

Teil 1	Zahlen	1
1.1	Einleitung	2
1.2	Abzählverfahren und Längen-Vergleichsverfahren	2
1.2.1	Das Merkmal Stückumfang	2
1.2.2	Das Merkmal Länge	3
1.3	Verallgemeinerung von Abzählverf. und Längen-Vergleichsverf.	6
1.3.1	Das Anteil-Vermittlungsverfahren	6
1.3.2	Der multiplikative Vergleich	7
1.4	Messverfahren	8
1.4.1	Grundbegriffe im Zusammenhang mit dem Messverfahren	8
1.4.2	Der Oberbegriff „Art“	10
1.4.3	Die Messaxiome	14
1.4.4	Unterschiedsgrößen, Intervallgrößen, Koordinaten	15
1.5	Weitere Verfahren, weitere Merkmalstypen	16
1.5.1	Pegelmessverfahren und Pegel	16
1.5.2	Anordnungsverfahren, Ordinalmerkmale	20
1.5.3	Nominalmerkmale	21
1.5.4	Zusammenfassendes zu den Merkmalstypen	21
Teil 2	Wirklichkeit und Zahlenverknüpfungen	23
2.1	Die Kennzeichen quantitativer Begriffe	24
2.2	Strukturen zur primären Denkebene	26
2.2.1	Der lineare Raum	26
2.2.2	Klassen von Primärbegriffen	27
2.3	Der Schritt von der Messzahl zur Maßzahl	29
2.3.1	Die Notwendigkeit der Erweiterung des Messzahlbegriffs	29
2.3.2	Die Erweiterung des Wirklichkeitsbezugs	29
2.3.3	Zur Erstellung von Sichten	31
2.3.4	Die Abstimmvorschriften	32
2.3.5	Die Begriffsprojektion	36
2.4	Folgen der Begriffsprojektion	37
2.4.1	Tauschvektoren	37
2.4.2	Bündel	38
2.4.3	Zur Namengebung der Bündel	43
2.4.4	Begriffshierarchien in der sekundären Denkebene	44
2.5	Das Skalare-System	47
2.5.1	Maßzahlenverknüpfungen	47
2.5.2	Die Verknüpfungen im Skalare-System	49
Teil 3	Wirklichkeit und Zahlenbeziehungen	53
3.1	Voraussetzungen für Verwendung erkenntnisth. Funktionen	54
3.1.1	Modelle	54

3.1.2 Funktionengleichungen	56
3.2 Die Bewertungsfunktion	57
3.3 Zweistellige erkenntnistheoretische Funktionen	59
3.3.1 Eicher und Maß	59
3.3.2 Bewerter und Bewerterwert	62
3.4 Übersicht über die erkenntnistheoretischen Funktionen	65
3.5 Bemerkungen zu den wichtigsten Begriffen	67
3.5.1 Zum Ineinandergehen der Begriffsinhalte	67
3.5.2 Zum üblichen Sprachgebrauch	70
Teil 4 Ergänzendes	71
4.1 Nochmals etwas zu den Denkebenen	72
4.1.1 Die primäre Denkebene	72
4.1.2 Die sekundäre Denkebene	73
4.2 Wie entsteht der Begriff Größe?	74
4.2.1 Begriffsbildung bei sprachlich benennbaren Attributen	74
4.2.2 Begriffsbildung aufgrund des Glaubens ans Kausalprinzip	74
4.2.3 Begriffsbildung aufgrund quantitativer Beziehungen	75
4.3 Zur Entstehung von Modellvorstellungen	75
4.4 Ergänzendes zum Erstellen von Sichten	78
4.4.1 Genaueres zu fundamentalen Einsdingen	78
4.4.2 Genaueres zu abgestimmten Einsdingen	79
4.4.3 Genaueres zu absoluten Einsdingen	80
4.5 Übliche Einswerte-Räume	80
4.5.1 Der international vereinbarte Einswerte-Raum	80
4.5.2 Etwas zu den cgs-Einswerte-Räumen	83
4.6 Zum Grad von Begriffe-Systemen	88
4.6.1 Zur Erhöhung des Grades	88
4.6.2 Zur Verminderung des Grades	89
4.6.3 Zum optimalen Grad von Begriffe-Systemen	91
4.7 Einheiten und Naturkonstante	95
4.7.1 Die Planck-Einheiten	95
4.7.2 Die geplante Neudefinition des SI-Einswerte-Raums	96
4.8 Schlussbemerkung	97
4.9 Literatur	99
Wörterverzeichnis	101

Worum es in diesem Buch geht

Über die Erkenntnisse, zu denen die Wissenschaft gelangt, muss man Informationen austauschen können. Dazu benötigt man eine eigene Sprache, denn die Alltagssprache verfügt nicht über die Wörter für wissenschaftliche Begriffe. Auf der Suche nach einer Terminologie muss man von den Fakten ausgehen, über die man sprechen will, und vor allem mit einer Eigenart dieser physikalischen Fakten befasst sich das vorliegende Buch.

Die Wörter der Umgangssprache sind nicht in jeder Hinsicht eindeutig. Mit einer Zeugnisnote „gut“, die ein Schüler nach Hause bringt, verbindet sich keine Information über das betroffene Unterrichtsfach. Die Bedeutung ergibt sich erst aus dem Kontext: *Im Fach Deutsch hat der Schüler die Note „gut“*. Oder in einer Erzählung von Gottfried Keller liest man: *„An dem schönen Flusse, der eine halbe Stunde entfernt an Seldwyl vorüberzieht, ...“*. Hier folgt aus dem Kontext, dass mit „Stunde“ eine Längeneinheit gemeint ist und nicht, wie man gemeinhin annimmt, eine Zeiteinheit. Als Längeneinheit beschreibt die Stunde den Weg eines stillschweigend vorausgesetzten Normalfußgängers in einer Zeitstunde. Man muss also zwischen einer Zeitstunde und einer Längenstunde unterscheiden, genau wie man ein Gut in Deutsch von einem Gut in Geschichte oder in Mathematik oder in Turnen usw. unterscheiden muss.

Solche Mehrdeutigkeiten gibt es überall in der Physik. Und zwar sowohl bei Verwendung der international vereinbarten Einheiten wie auch außerhalb dieser Vereinbarungen. Sie haben ihre Ursache in der Unmöglichkeit, Produkte und Potenzen physikalischer Eigenschaften und ihrer Einheiten eindeutig genau so wie für Zahlen, d.h. gleichsam rein mathematisch zu definieren. So bleibt die Bedeutung eines reziproken Meters (der minusersten Potenz eines Meters) so lange unbestimmt, als man nicht festlegt, dass es sich entweder um die Einheit für die Krümmung einer Linie handelt oder um die Brechkraft einer optischen Linse oder um den Quotienten m^2/m^3 , mit dem man die Qualität von Katalysatoren im Auto beschreiben kann, oder um das Punktauflösungsvermögen eines Bildes oder um die Wellenkonstante einer Welle oder um vielleicht noch weitere denkbare Eigenschaften.

In den mathematischen Formulierungen der Theorien, kurz gesagt in den physikalischen Formeln hat man es immer mit solchen mehrdeutigen Begriffen zu tun wie in obigem Beispiel mit der Stunde. Diese Begriffe sind mathematische Bilder, und die schlichte, keinen ergänzenden Zusatz besitzende Stunde ist das gemeinsame mathematische Bild der Zeitstunde und der Längenstunde.

Der mathematische Abbildungsvorgang bleibt beim Formulieren und bei der Entgegennahme physikalischer Aussagen in der Regel unbewusst, weil das menschliche Gehirn den Sinngehalt unklarer Wörter fast immer intuitiv auf-

grund des Kontextes erfasst. Eine Betrachtung zu diesem Problem speziell im Hinblick auf Physik findet man z.B. bei A. OBERSCHELP (1997).

Als Lehrer sollte man sich beim Vermitteln physikalischer Sachverhalte nicht auf die Ergänzungsfähigkeit des Gehirns der Lernenden verlassen. Denn sie muss nicht unbedingt zu den mit einer Sprachfigur gemeinten Vorstellungen führen. Man sollte viele normaler Weise ungesagte Sachverhalte besprechen, und einige von ihnen werden deshalb in diesem Buch ausführlich dargelegt.

Die Physik ist längst „unmenschlich“ geworden. Ihre gedanklichen Konstruktionen gehen weit über das hinaus, was die Sinne dem Menschen vermelden und was er sich mit dem so genannten gesunden Menschenverstand zurechtlegt. In dieser Situation müssen die Überlegungen über physikalische Kommunikationsprobleme von der Frage ausgehen: Was ist Physik?

Zunächst *nicht* die Fülle der Erfindungen wie der Dampfmaschine, der Rakete, des Fernsehens oder raffinierter elektronischer Kleingeräte wie schlauer Händis usw. Inhalt der Physik sind die Naturgesetze. Natürlich auch die, auf denen all die spektakulären Erfindungen beruhen. Beim Suchen der Naturgesetze geht man von der Existenz einer Welt außerhalb des Menschen aus, stellt an sie Fragen in Form von Experimenten und formuliert im Einklang mit den experimentellen Befunden Hypothesen. Sie gelten als richtig, solange sie nicht durch andere Experimente widerlegt sind. Diese Weltsicht ist die Philosophie des **hypothetischen Realismus**. Auf seiner Basis wird das Naturgeschehen auf Zahlenbeziehungen abgebildet. Man bedient sich also eines Verfahrens, das schon R. DESCARTES, der Vater der analytischen Geometrie, in der ersten Hälfte des 17. Jahrhunderts angewandt hat, indem er geometrische Zusammenhänge durch Zahlenbeziehungen darstellte. Man nennt die Abbildung der Wirklichkeit auf Zahlenbeziehungen heute die **erkenntnistheoretische Abbildung**. Dabei geht man – und das ist und war schon immer ein zusätzliches Erschwernis – unbeabsichtigt auch von sprachtradierten Vorprägungen aus, d.h. letztlich auch von Vorurteilen.

Man macht sich von einzelnen Wirklichkeitsausschnitten modellhafte Bilder und setzt dann deren Eigenschaften in Beziehungen zueinander. Die Bilder müssen zulässig, richtig und zweckmäßig sein (H. HERTZ, 1894). Das sind sehr vernünftige Postulate, doch sie passen oft nicht zum Alltag der Leute, nicht zu ihren Denkgewohnheiten und auch nicht zu ihrer Sprache.

Zulässigkeit bedeutet logische Widerspruchsfreiheit. Doch das logische Denken ist vielen Menschen fremd – nicht allen, sonst gäbe es ja keine Wissenschaften –, und auf dem dadurch bedingten irrationalen Denken beruhen alle so genannten Weltanschauungen und Religionen. Sie lassen sich rational nicht begründen, doch sie beherrschen die Welt und dürfen keineswegs als unsinnig abgetan werden. Auch jeder Aberglaube beruht auf dem eigenartigen Verhältnis des Durchschnittsmenschen zu vernunftgestützten Beweisführungen.

Ebenso passt die Forderung nach Richtigkeit des Weltbildes nicht zum Durchschnittsmenschen. Er hält zu gern an überholten Denkmustern fest. Zudem streben die meisten Leute – allerdings wiederum nicht alle – nicht nach der Wahrheit, sondern orientieren ihr Weltbild unbewusst an der Nützlichkeit für ihr Wohlergehen. Der Wolf beantwortet Rotkäppchens Frage nach seinem großen Maul nicht mit dessen Entstehungsgeschichte, sondern mit dem Hinweis auf dessen Nützlichkeit: „Damit ich dich besser fressen kann.“ Zu dieser Denkweise gehört auch das Wunschdenken. Was nicht in die eigene Traumwelt passt, will man nicht anerkennen, und die Wunschträume sind so stark, dass die Lotterien und politischen Parteien prächtig davon leben können.

Schließlich ist die Forderung nach Zweckmäßigkeit der physikalischen Bilder keine verlässliche Richtschnur für das wissenschaftliche Denken. Denn die Zweckmäßigkeit ist oft eine auf Wunschdenken beruhende Ermessenssache. Kurzum, Physik ist eigentlich nichts für Otto Durchschnittsdenker.

Diese Unangepasstheiten der physikalischen Erkenntnisse an das intuitive menschliche Denken und zudem die Tatsache, dass man die Welt immer nur von innen her sieht, machen die Kommunikation über Physik, die die Welt von außen her zu beschreiben versucht, schwierig. Das in diesem Buch erörterte Sprachproblem betrifft zwar nur einen Teilaspekt dieser Kommunikationsschwierigkeit und könnte deshalb vielleicht als vernachlässigbar empfunden werden, doch beim Lehren von Physik sollte man es nicht unberücksichtigt lassen. Das heißt nicht, dass man die Sprache der Physik grundsätzlich reformieren sollte. Es heißt nur, dass man beim Lehren die Bedeutung üblicher Sprachfiguren bewusst machen sollte, damit der Lernende mit ihnen keine falschen Vorstellungen verbindet.

Die so genannte Kreidephysik wird oft zu Recht geschmäht, sie führe nicht zum rechten physikalischen Verständnis. Denn der „Kreidephysiker“ versäumt es nur allzu oft, die Wirklichkeitsbezüge der Formeln deutlich genug herauszustellen. Deshalb richtet sich in diesem Buch ein besonderes Augenmerk auf den Zusammenhang zwischen jedem mathematischen Begriff und dem von ihm erfassten Wirklichkeitsbereich.

Dabei wird das Problem der physikalischen Kommunikation bei nur einigen wenigen Grundbegriffen angesprochen. Imaginäre bzw. komplexe so wie vektorielle und tensorielle Begriffe werden nicht behandelt, und auch die Infinitesimalrechnung bleibt außerhalb der Betrachtungen. Die Erörterung dieser Themen – so sehr sie auch aus unterrichtsmethodischer Sicht geboten ist – würde zum Kern des hier betrachteten Kommunikationsproblems nicht nur nichts Entscheidendes beitragen, sie würde auch die Erkenntnis des Grundsätzlichen vielleicht in den Hintergrund treten lassen.

Die Ausführungen dieses Buches klären zunächst auf elementarer Ebene die Sachverhalte auf, auf die sich die physikalische Kommunikation bezieht. Da-

bei wird manchmal auf letzte mathematische Details verzichtet, und der bequemeren Lesbarkeit wegen kommt es auch zu Wiederholungen. Die Literaturangaben schließlich setzen nur Schwerpunkte und verzichten auf eine ermüdende Vollständigkeit.

Das Buch ist in vier Teile gegliedert. Die drei ersten entsprechen drei kognitiven Schritten, die man bei der erkenntnistheoretischen Abbildung unbewusst immer tut, die aber in den Lehrwerken in der Regel nicht angesprochen werden. Der vierte Teil bringt dann Ergänzungen und Vertiefungen.

In dem ersten kognitiven Schritt werden den Eigenschaften der Wirklichkeit Zahlen zugeordnet, d.h. es geht um das *Kodieren* der Eigenschaften. Im zweiten Schritt wird dafür gesorgt, dass die Kodezahlen und die mit ihnen einhergehenden Begriffe im Einklang mit der Wirklichkeit *eindeutig verknüpfbar*, z.B. multiplizierbar und dividierbar sind. Und im dritten Schritt wird von den konkreten Einzelfällen mit ihren konkreten Zahlen unter Verwendung des Funktionsbegriffs zu den *Beziehungen* zwischen den Zahlen übergegangen. Dabei nimmt die Klärung der Sachverhalte, um deren sprachliche Erfassung es ja letztlich geht, notgedrungen einen sehr breiten Raum ein, und das terminologische Problem zeigt sich vor allem an der Fülle der ungewohnten Wörter, deren Verwendung der Klarheit wegen (leider) nötig ist.

Alle drei kognitiven Schritte auf dem Weg von den Eigenschaften zu den Zahlenbeziehungen würden sich im elementaren Geometrieunterricht ohne großen Aufwand behandeln lassen, doch die Autoren von Geometriebüchern wissen offenbar noch nichts von ihnen. Man findet sie z.B. auch nicht bei A. I. WITTENBERG (1963), obwohl er in seinem Buch über den Bildungsgehalt des gymnasialen Mathematikunterrichts ansonsten sehr lesenswerte Gedanken zum Bildungswert geometrischer Sachverhalte äußert.

Die vorliegenden Ausführungen sind nach einer langjährigen Mitarbeit im Ausschuss für Einheiten und Formelgrößen des Deutschen Instituts für Normung, Berlin und im Fachnormenausschusses Technisches Berechnungswesen des Österreichischen Normungsinstituts, Wien entstanden. Sie spiegeln allerdings nicht in allen Fällen die dort zur Zeit vertretenen Auffassungen wider, sondern sind eher als ein kritischer Diskussionsbeitrag zu betrachten. Viele Anregungen verdankt der Autor anderen Mitarbeitern dieser Gremien, vor allem den Herren H. Griesel, Kassel, L. Kienle, Hohenheim und A. Oberschelp, Kiel. Er ist ihnen zu herzlichem Dank für das verpflichtet, was er von ihnen gelernt hat, auch wenn er nicht in allen Einzelheiten ihre Auffassungen teilt und sich vor allem einer anderen, dem Laien vielleicht näher liegenden Sprache bedient.

Schriesheim, Oktober 2016

Teil 1

Wirklichkeit und Zahlen

*Geschrieben steht: Im Anfang war das Wort!
Hier stock ich schon! Wer hilft mir weiter fort?
Ich kann das Wort so hoch unmöglich schätzen,
ich muss es anders übersetzen,
wenn ich vom Geiste recht erleuchtet bin.
Geschrieben steht: Im Anfang war der Sinn.
Bedenke wohl die erste Zeile,
dass deine Feder sich nicht übereile.
Ist es der Sinn, der alles wirkt und schafft?
Es sollte stehn: Im Anfang war die Kraft!
Doch auch indem ich dieses niederschreibe,
schon warnt mich was, dass ich dabei nicht bleibe.
Mir hilft der Geist! Auf einmal seh' ich Rat
und schreib' getrost: **Im Anfang war die Tat!***

J. W. von Goethe, Faust

Dieser Teil des Buches befasst sich mit der Zuordnung von Zahlen zur Wirklichkeit.

1.1 Einleitung

Die zur objektiven Beschreibung der Erfahrung nötigen Begriffe muss man durch Tätigkeiten definieren (P. W. BRIDGMAN, 1927). Hierzu hat M. BORN (1964) festgestellt, dass objektiv – d.h. ohne subjektives Beiwerk – außer Zahlen nur die Unterscheidung oder Nichtunterscheidung zweier Dinge von Mensch zu Mensch mitteilbar sind. Objektiv steht z.B. (bis auf Fehler, die aber hier irrelevant sind) stets fest, ob sich der Zeiger eines Messgerätes und eine Skalenmarke decken oder nicht. Jede objektive Aussage über die materielle Welt beruht also letztlich auf Deckungen oder Nichtdeckungen jeweils zweier Dinge. So können sich zwei Strecken decken oder nicht, oder die Färbungen zweier Flächen können sich decken oder nicht, zwei Gegenstände auf einer Tafelwaage können sich die Waage halten oder nicht, usw.

Die Überprüfungen von Deckungen lassen sich zu weiter gehenden Verfahren erweitern (S. STEVENS, 1946), und dadurch ergeben sich verschiedene Typen beobachtbarer Eigenschaften der Dinge. Zur Verständigung über einige gibt es Adjektive wie z.B. lang, hart, blau, durchsichtig, schnell, dicht, warm, usw. Es handelt um **physikalische Merkmale**, wobei es aber für viele keine passenden Adjektive gibt. Andere Adjektive wie treu, glücklich, sonderbar, banal, frei betreffen *keine* physikalischen Merkmale.

Meist muss man zwischen speziellen Merkmalnamen und Sammelnamen unterscheiden wie z.B. zwischen den Spezifikationen blau, gelb, lila usw. und dem Wort farbig. Oder zwischen riesengroß, sehr groß, mittelgroß, klein, sehr klein, winzig, usw. beim Wort groß. Damit werden dann **Erscheinungsformen** eines Merkmals bezeichnet. Deren Verschiedenheit spiegelt sich auch in den Steigerungsformen der Adjektive wider wie in länger, wärmer, usw. oder in Ausdrücken wie länger dauernd, stärker beschleunigt, usw.

Oft kommen auch Zahlwörter ins Spiel wie bei „acht Uhr“ oder „dreimal so lang“, wo dann noch eine Information über ein Merkmal dabei ist. Bei „8 Uhr“ weiß man, dass eine Erscheinungsform der Uhrzeit vorliegt, mit „3-mal so lang wie mein Fuß“ erhält man eine Information über eine Erscheinungsform von Länge, und bei „95 Grad Öchsle“ weiß der Fachmann, dass er es mit einer Erscheinungsform des Zuckergehaltes von Traubensaft zu tun hat.

1.2 Abzählverfahren und Längen-Vergleichsverfahren

1.2.1 Das Merkmal Stückumfang

Birnen in einem Korb lassen sich abzählen. Das Ergebnis, z.B. „9 Birnen“, ist eine Erscheinungsform eines Merkmals namens **Stückumfang**. Der Ausdruck „9 Birnen“ verbindet die Informationen über ein Wieviel und über ein Was.

Auch Moleküle, Atome oder sonstige Teilchen kann man irgendwie abzählen, so wie auch chemische Valenzen, oder Vorgänge wie Autounfälle oder Prüfungen, usw. Die abzählbaren Dinge bilden eine **Anhäufung** oder **Portion**, wobei man bei Molekülen, Atomen, usw. den Namen Portion bevorzugt.

So gibt es einen Stückumfang für die Anhäufung der Windungen einer Spule, für die Anhäufung der Schüler in Klasse 6 b, für die Portion der selbstständigen Teilchen, aus denen ein Gas besteht, usw. usw.

- ◆ **Stück.** Das ist ein Mitglied einer Anhäufung oder Portion.
- ◆ **Abzählverfahren.** Das ist eine Tätigkeit, die man (eventuell nur in Gedanken) an jeder Anhäufung oder Portion ausüben kann, um die Anzahl der Stücke zu ermitteln.
- ◆ **Stückumfangs-Zahl.** Das ist die durch ein Abzählverfahren ermittelte Zahl.

Beim Wort Stückumfangs-Zahl denkt man zunächst an eine natürliche Zahl. Auch die Zahl null ist eine solche. Man erhält sie, wenn man z.B. die Birnen in einem leeren Korb abzählt. Durch Mittelwertbildungen (arithmetische, geometrische, Standardabweichungen, usw.) für mehrere Anhäufungen kommt man auch zu gemittelten nichtganzzahligen Stückumfangs-Zahlen. Und durch negative Stückumfangszahlen kann man zum Ausdruck bringen, dass entsprechend viele Mitglieder in einer Anhäufung fehlen. Stückumfangs-Zahlen sind also im Allgemeinen reelle Zahlen.

Das Merkmal Stückumfang oder Portion hat verschiedene Erscheinungsformen. Verschiedene Portionen umfassen ja unterschiedlich viele Stücke.

- ◆ **Stückumfangs-Wert.** Das ist der spezielle Name für eine Erscheinungsform des Merkmals Stückumfang.

Ein Stückumfangs-Wert ist z.B. „9 Birnen“.

Verschiedene Anhäufungen oder Portionen lassen sich bezüglich ihres Stückumfangs zahlenmäßig vergleichen. Denn bei Kenntnis der Stückumfangs-Zahlen ist es ein Leichtes, etwa zu sagen: „Der Stückumfang der Molekülportion A ist dreimal so groß wie der der Molekülportion B“. Dieser Vergleich beruht auf dem Vergleich der entsprechenden Stückumfangs-Zahlen.

1.2.2 Das Merkmal Länge

An verschiedenen Linien treten verschiedene Erscheinungsformen des Merkmals Länge auf. Für sie gibt es allerdings keine von vornherein vorhandenen Zahlen, die eine Unterscheidung verschieden langer Linien erlauben würden. Doch man kann mithilfe eines Verfahrens, dessen Einzelheiten hier aber nicht besprochen zu werden brauchen, Linien bezüglich ihrer Länge miteinander vergleichen, und kann daher z.B. sagen: „Linie A ist viermal so lang wie Linie B“.

◆ **Längen-Vergleichsverfahren.** Das ist ein Verfahren, mit dem man feststellt, wievielmals so lang eine Linie im Vergleich zu einer anderen ist.

Mit dem Wort Längen-Vergleichsverfahren sind alle verschiedenen Verfahren des Längenvergleichs gemeint, auf deren Besprechung im Einzelnen hier aber verzichtet wird.

Man kann eine bestimmte Linie vereinbaren, mit der man alle Linien dann bezüglich ihrer Länge vergleicht. Sie spielt für das Merkmal Länge eine ähnliche Rolle wie das Stück beim Merkmal Stückumfang:

◆ **Einsstrecke.** Das ist diejenige gerade Linie, die man als Vergleichsstrecke für den Längenvergleich von Linien vereinbart.

Ist beim Längenvergleich zweier Linien die zum Vergleich herangezogene eine vereinbarte Einsstrecke, dann bekommt die Zahl einen eigenen Namen:

◆ **Längenzahl:** Das ist diejenige eine Linie kennzeichnende reelle Zahl, die sich beim Längenvergleich der Linie mit einer Einstrecke ergibt.

Die Längenzahl ist eine reelle Zahl, die der Information über eine Erscheinungsform des Merkmals Länge dient. Allerdings ist diese Information unvollständig, denn es fehlt die Angabe einer Vergleichsstrecke. Über eine solche kann man informieren, indem man statt nur von der Zahl 8 z.B. von „8 Einsstrecken“ spricht, die man aneinander gereiht denkt. Das entspricht der Angabe eines Stückumfangs-Wertes z.B. einer Birnenportion durch „12 Birnen“. Man hat ursprünglich z.B. bei Längenangaben wohl auch von „8 Füßen“, kurz von „8 Fuß“ gesprochen, wobei der betreffende Fuß irgendwie vereinbart war. Man setzt bei solchen Mitteilungen voraus, dass derjenige, der z.B. den Ausdruck „8 Fuß“ hört, unbewusst dem Wort Fuß eine andere Bedeutung gibt. Täte er das nicht, dann würde er sich unter „2 Fuß“ eine Anhäufung von zwei Füßen vorstellen und keine Eigenschaft einer Strecke.

Man erwartet vom Adressaten also die unbewusste Unterscheidung zwischen dem Ding namens Fuß und der Längen-Erscheinungsform eines Fußes.

In diesem Zusammenhang werden folgende Begriffe eingeführt:

◆ **Längenwert.** So nennt man die Längen-Erscheinungsform einer Linie.

Jeder Linie ist gleichsam von Natur aus ein Längenwert zugeordnet. Diese immer bestehende Zuordnung sei durch einen Pfeil der Form \Rightarrow dargestellt:

Linie \Rightarrow Längenwert.

Ein bestimmter Längenwert ist nicht nur einer Linie, sondern vielen (gleich langen) Linien zugeordnet.. Die Zuordnung ist also nicht umkehrbar, daher der unsymmetrische Zuordnungspfeil \Rightarrow .