

texte zur
mathematischen
forschung und lehre

55

Daniela Götze

Mathematische Gespräche unter Kindern

Zum Einfluss sozialer Interaktion
von Grundschulkindern
beim Lösen komplexer Aufgaben

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Bibliographic information published by the Deutsche Nationalbibliothek

The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at <http://dnb.d-nb.de>.

Information bibliographique de la Deutsche Nationalbibliothek

La Deutsche Nationalbibliothek a répertorié cette publication dans la Deutsche Nationalbibliografie; les données bibliographiques détaillées peuvent être consultées sur Internet à l'adresse <http://dnb.d-nb.de>.

Daniela Götze

Mathematische Gespräche unter Kindern – Zum Einfluss sozialer
Interaktion von Grundschulkindern beim Lösen komplexer Aufgaben

978-3-88120-456-9

tmfl 55

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Alle Rechte, insbesondere die der Vervielfältigung und Übertragung auch einzelner Textabschnitte, Bilder oder Zeichnungen vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Zustimmung des Verlages in irgendeiner Form reproduziert werden (Ausnahmen gem. 53, 54 URG). Das gilt sowohl für die Vervielfältigung durch Fotokopie oder irgendein anderes Verfahren als auch für die Übertragung auf Filme, Bänder, Platten, Transparente, Disketten und andere Medien.

Vorwort

Die vorliegende Dissertation ist durch die Unterstützung zahlreicher Personen entstanden, denen ich an dieser Stelle ausdrücklich dafür danken möchte.

Die Arbeit wurde an der Universität Paderborn als interdisziplinäre Arbeit zwischen Psychologie und Mathematikdidaktik angefertigt. Auf der Seite der Psychologie bin ich von Herrn Prof. Dr. Manfred Wettler, auf der Seite der Mathematikdidaktik von Herrn Prof. Dr. Hartmut Spiegel betreut worden. Die zahlreichen Gespräche, Anregungen, unterstützenden Hinweise aber auch das Vertrauen in mich und die dadurch entstandenen nötigen Freiräume für eine selbstständige Arbeit, haben wesentlich zum Erfolg der Dissertation beigetragen. Ich danke ihnen für die hervorragende Form der Unterstützung.

Im Bereich der Psychologie danke ich zudem Frau Prof. Dr. Ingrid Scharlau, die sofort bereit war, meine Arbeit zu begutachten. Für die netten Gespräche sowie das sehr differenzierte und professionelle Gutachten bin ich ihr sehr dankbar.

Besonderer Dank gilt auch meinen Arbeitkollegen Tobias Huhmann, Kordula Knapstein und Dr. Andreas Marx. Sie haben meine Arbeit stets mit Interesse verfolgt, mich in Phasen der Ratlosigkeit unterstützt und dadurch das Entstehen der Arbeit konstruktiv bereichert.

Die Diskussionen im Rahmen

- ✚ des Paderborner Entwicklungs-Arbeiten Kolloquiums (PEAK)
- ✚ des Psychologie Kolloquiums der Universität Paderborn
- ✚ des Kolloquiums der Arbeitsgruppe von Prof. Dr. Heinz Steinbring der Universität Essen / Duisburg
- ✚ eines Vortrages während der Tagung des Arbeitskreises Grundschule der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) in Tabarz

haben in hohem Maße dazu beigetragen, den Blick auf den Forschungsgegenstand zu schärfen und zuweilen auch neu zu überdenken. Allen beteiligten Personen spreche ich meinen Dank aus.

Im Rahmen meiner Arbeit mit den Kindern habe ich insbesondere zwei Personen zu danken. Jule Spiegel und Franz Josef Remmert haben mir als die „Schul-Experten“ immer wieder Tipps und Hinweise zur praktischen Durchführung meiner Untersuchung gegeben. Sie haben meine Arbeit aufgrund ihrer hohen schulpraktischen Erfahrungen immens bereichern können.

Letztlich ist es aber so, dass ohne die Mitarbeit der Kinder diese Arbeit nicht hätte entstehen können. Ihnen sei ein herzliches Dankeschöne gesagt.

Nicht zuletzt sondern insbesondere danke ich meiner Familie und vor allem Mario. Sie haben alle Hoch- und Tiefpunkte meiner Arbeit miterlebt, immer ein offenes Ohr oder eine starke Schulter für mich bereitgehalten und damit auf ihre ganz eigene Art zum Gelingen der Arbeit beigetragen.

Ich danke euch allen für die jahrelange Unterstützung!

Paderborn, Juli 2007

Daniela Götze

Inhaltsverzeichnis

1	EINLEITUNG.....	1
2	LERNEFFEKTE DURCH SELBSTERKLÄRUNGEN.....	6
2.1	Begriffliche Abgrenzung.....	6
2.2	Erkenntnisgewinn durch Selbsterklärungen	7
2.3	Ursachenanalyse zur Effektivität von Selbsterklärungen	13
2.4	Qualitative Analyse spezifischer Formen von Selbsterklärungen	15
2.5	Training in selbstregulierenden und selbstreflektierenden Strategien beim Selbsterklären.....	18
2.6	Implementierung in den Unterricht	20
2.7	Die Problematik der Implementierung von Selbsterklärungs- strategien im Mathematikunterricht der Primarstufe	22
2.7.1	Das Problem der inkorrekten (Selbst-)Erklärungen	23
2.7.2	Interventionen zur Vermeidung inkorrekt er Selbsterklärungen.....	24
2.7.3	Die Illusion, etwas verstanden zu haben	26
2.7.4	Konsequenzen	27
3	FORMEN UND EFFEKTE KOOPERATIVEN LERNENS IM SPIEGEL AUSGEWÄHLTER FORSCHUNGSBEFUNDE	30
3.1	Begriffsklärung.....	30
3.2	Lernen von- und miteinander.....	31
3.2.1	Anbieten von Hilfe.....	33
3.2.2	Empfangen von Hilfe	34
3.3	Leistungshomogene oder lieber leistungsheterogene Gruppen?	37
3.4	Lehrerinterventionen während der Gruppenarbeit.....	40
4	INTERAKTION UND KOMMUNIKATION IM MATHEMATIKUNTERRICHT DER PRIMARSTUFE	43
4.1	Aktuelle Konzepte einer adäquaten Unterrichtskultur im Mathematikunterricht der Grundschule.....	43
4.2	Kommunikation über mathematische Inhalte unter Lernenden	47
4.3	Zur Rolle der Lehrperson in einem auf Interaktion und Kommunikation ausgelegten Unterricht.....	50
4.3.1	Neosokratische Methode der Gesprächsführung.....	50

4.3.2 Über die allmähliche Verfertigung der Gedanken beim Reden	54
4.4 Kooperatives Lernen im Mathematikunterricht der Grundschule	55
4.4.1 Forschungsbefunde zum kooperativen Lernen im Mathematikunterricht	55
4.4.2 Lehrerverhalten in einem auf Kooperation der Kinder ausgelegten Unterricht.....	61
4.5 Konsequenzen der gemachten Ausführungen für die Planung und Durchführung einer eigenen Untersuchung	62
5 PLANUNG, VERLAUF UND AUSWERTUNGSMETHODEN DER EMPIRISCHEN STUDIE.....	66
5.1 Anforderungen an mathematische Aufgaben, die soziale Interaktion fördern.....	66
5.2 Aufgaben aus der Studie	70
5.2.1 Aufgaben aus der Vorstudie	70
5.2.2 Aufgaben aus der Hauptstudie	74
5.2.2.1 „Gegenseitig bezahlen“	74
5.2.2.2 „Billiger“	80
5.3 Durchführung der Untersuchung	86
5.4 Auswertungsmethodik	91
5.4.1 Triangulation	92
5.4.2 Die Entwicklung einer Grounded Theory	93
6 ZUM EINFLUSS SOZIALER INTERAKTION VON GRUNDSCHULKINDERN BEIM LÖSEN KOMPLEXER AUFGABEN – AUSWERTUNG EINER UNTERSUCHUNG IM DRITTEN SCHULJAHR	95
6.1 Effekte sozialer Interaktion beim Lösen komplexer Aufgaben in Kleingruppen versus im Klassenverband.....	95
6.2 Der Zusammenhang von Redeanteil und Verständnis.....	107
6.3 „Äh, also ich hab das alles nicht so richtig verstanden“ – Strukturiert vorgetragene Lösungswege.....	110
6.4 „Ich kapiert auch kein Prinzip“ – interaktiver Einbezug der Zuhörer in die Erklärungen	116
6.5 „Jetzt, jetzt hab ich ihn richtig verstanden“ – Paraphrasieren von Lösungswegen	123
6.6 „Ich würde es noch anders erklären“ – allmähliche Verfertigung mathematischer Gedanken beim Reden	127

6.7 „Erklär mal, wie du das eigentlich gedacht hast“ – die Thematisierung falscher Lösungen.....	138
6.8 Zusammenfassende Analyse und Interpretation der gefundenen Effekte	151
7 ENTWICKLUNG EINES AUF SOZIALE INTERAKTION UND KOMMUNIKATION AUSGELEGTEN UNTERRICHTSKONZEPTS.....	154
7.1 Methodische Implementierung sozialer Interaktion in Kleingruppen in den Alltag des Mathematikunterrichts	154
7.1.1 Empirisch begründete Maßnahmen zur Vorbereitung und Durchführung einer Rechenkonferenz.....	155
7.1.2 Bedeutsamkeit von Zieltransparenz.....	162
7.2 Zur Rolle der Lehrperson in einem auf Interaktion und Kommunikation ausgelegten Mathematikunterricht	166
7.2.1 Die Lehrperson unterstützt bei gruppeninternen Diskrepanzen.....	167
7.2.2 Die Lehrperson verdeutlicht den Kindern, dass sie für ihren Lernprozess selbst verantwortlich sind und ggf. kritisch nachfragen oder auch protestieren müssen	169
7.2.3 Die Lehrperson verstärkt Beiträge, die in der Gruppe unterzugehen drohen	173
7.2.4 Die Lehrperson greift ein, wenn die Rechenkonferenz zu einem Mini-Frontalunterricht zu werden droht.....	176
7.2.5 Die Lehrperson evaluiert mit den Kindern die Gruppengespräche	179
7.2.5.1 <i>Beschreibung der Rolle in der Gruppe</i>	181
7.2.5.2 <i>Beschreibung der aktiven Teilnahme</i>	183
7.2.5.3 <i>Wiederholung von Lösungsansätzen und -wegen</i>	183
7.2.5.4 <i>Umgang mit Fehlern</i>	185
7.2.5.5 <i>Rückmeldungen anderer Art</i>	186
7.2.6 Zusammenfassung	187
8 SCHLUSSWORT.....	188
LITERATUR	193

1 Einleitung

In den letzten Jahren sind die Forderungen nach einem Mathematikunterricht, in dem Kinder mehr Spielraum für die Verständigung über ihre Lösungswege untereinander haben, immer lauter geworden. Die aktuelle Unterrichtsforschung (siehe z. B. DAVIDSON 1990; COBB & BAUERSFELD 1995; BRUNER 1996; MANSFIELD ET AL. 1996; BOALER 2000; ALRØ & SKOVSMOSE 2002) geht davon aus, dass Lernen nicht nur ein interner mentaler Prozess der individuellen Wissensaneignung ist, sondern dass Lernen in Anlehnung an Vygotsky (1978) auch durch den sozialen Kontakt mit anderen Personen beeinflusst wird. Daher spielt für die schulische Lehr-Lern-Situation die Kommunikation im Klassenzimmer eine wichtige Rolle. Damit ist ein Austausch über Lerninhalte und eine Sprachkultur des wechselseitigen Bemühens um Verstehen und Verstanden werden (BAUERSFELD 2002, 12) gemeint. In Bezug auf den Mathematikunterricht heißt dies, dass Kinder sich über ihre Rechenwege und -strategien im Rahmen von gemeinschaftlichen Reflexionsphasen austauschen und damit von den Vorgehensweisen ihrer Mitschüler¹ lernen können. Aus psychologischen Forschungsarbeiten (vgl. u. a. CHI 2000; CHI ET AL. 1989; 1994; 2003; 2005; WEBB 1982; 1989; 1991; 1993; 1997; 2001; WEBB ET AL. 1995; 2002a; 2002b; 2003) geht übereinstimmend hervor, dass es wünschenswert ist, dass sich möglichst alle Kinder mit ihren Mitschülern über ihre Rechenstrategien und Lösungswege im Mathematikunterricht austauschen. In der Praxis geschieht dies häufig in gemeinschaftlichen Reflexionsphasen im Klassenverband am Ende einer Unterrichtsstunde oder -einheit. Nach Röhr (2002) beteiligen sich aber meist nur wenige Kinder an reflektierenden Unterrichtsgesprächen im Klassenverband. Ein Teil der Kinder scheinen die mündlichen Erklärungen ihrer Mitschüler überhaupt nicht wahrzunehmen. Auch wenn sie den Eindruck vermitteln, dass sie den Erläuterungen ihrer Mitschüler zuhören, bleibt das Hören eher passiver Natur (vgl. RÖHR 2002).

Dies kann möglicherweise durch Kleingruppenarbeitsphasen verhindert werden. Dabei tauschen sich nur wenige Schüler in einer Kleingruppe über ihre Lösungswege und -ideen zu einer Aufgabe aus, und die sprachliche Beteiligung pro Kind kann deutlich umfangreicher ausfallen als bei

¹ Derartige Bezeichnungen wie auch weitere im Maskulinum oder Femininum bezeichnete Personen oder Personengruppen (z. B. Schüler, Lehrerinnen ...) sollen im Folgenden immer auch das feminine oder maskuline Pendant implizieren.