

texte zur
mathematischen
forschung und lehre

39

Monika Schoy-Lutz

Fehlerkultur im Mathematikunterricht

Theoretische Grundlegung und evaluierte
unterrichtspraktische Erprobung anhand der
Unterrichtseinheit „Einführung in die Satzgruppe des
Pythagoras

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek
Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen
Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet
über <<http://dnb.ddb.de>> abrufbar.

Bibliographic information published by Die Deutsche Bibliothek
Die Deutsche Bibliothek lists this publication in the Deutsche
Nationalbibliografie; detailed bibliographic data is available in the
Internet at <<http://dnb.ddb.de>>.

Monika Schoy-Lutz

Fehlerkultur im Mathematikunterricht

Theoretische Grundlegung und evaluierte unterrichtspraktische Erprobung anhand der
Unterrichtseinheit „Einführung in die Satzgruppe des Pythagoras
ISBN 3-88120-398-2, tmfl 39

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Alle Rechte, insbesondere die der
Vervielfältigung und Übertragung auch einzelner Textabschnitte, Bilder oder Zeichnungen
vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Zustimmung des Verlages in
irgendeiner Form reproduziert werden (Ausnahmen gem. 53, 54 URG). Das gilt sowohl
für die Vervielfältigung durch Fotokopie oder irgendein anderes Verfahren als auch für die
Übertragung auf Filme, Bänder, Platten, Transparente, Disketten und andere Medien.

Dank

Bei meinem Thema „Fehlerkultur im Mathematikunterricht“ war ich darauf angewiesen, dass Lehrkräfte, Schülerinnen und Schüler bereit waren, mich Einblicke in ihren Unterricht gewinnen zu lassen. Deshalb gilt mein erster Dank gerade diesen Personen, die eine empirische Unterrichtsstudie dieser Art überhaupt erst ermöglicht haben.

Sehr herzlich möchte ich mich bei Frau Prof. Anna Maria Fraedrich bedanken, die mich sachkundig, äußerst gewissenhaft und engagiert wie auch emotional motivierend bei meiner aufwändigen Arbeit betreut hat. Sie hatte stets Zeit für mich, wannimmer ich sie darum bat.

Herrn Prof. Eckhard Klieme als Zweitkorrektor gilt ebenfalls mein herzlichster Dank. Trotz seiner enormen Arbeitsbelastung ermutigte er mich, an seinem Forschungsprojekt mitzuwirken und daran eine eigenständige Dissertation anzuschließen. Durch ihn gewann ich wichtige Einblicke in internationale Forschungsarbeiten der Mathematikdidaktik, lernte seine Mitarbeiter und Kooperationspartner kennen und fand durch ihn am deutschen Institut für internationale pädagogische Forschung in Frankfurt einen Ort engagierter und konstruktiver Kritik.

Innerhalb der Pädagogischen Hochschule Weingartens gilt mein besonderer Dank Herrn Prof. Heinz Schumann für die kritische Begutachtung der Forschungsergebnisse und Herrn Prof. Bernd Hafenbrak für die stets motivationale Unterstützung. Außerdem möchte ich mich bei Frau Dr. Anne Huber und bei Herrn Dr. Klaus Konrad bedanken, die mir aus psychologischer Sicht Impulse für die Arbeit gaben.

Ein herzlicher Dank geht auch zu Herrn Prof. Thomas Weth an die Universität Nürnberg, der mich in hartnäckigen Diskussionen immer wieder herausforderte, meine Fragestellungen zu präzisieren und meine Ergebnisse kritisch zu hinterfragen.

Danken möchte ich auch Susanne Hinz, Simone Segmehl und Helge Wenz, die mich bei der Erhebung der Forschungsdaten sowie bei der Korrektur der Arbeit unterstützt haben.

Ein besonders inniger Dank gilt vor allem meinen liebevollen Eltern und meinem engsten Freundeskreis. Sie alle haben mich immer wieder darin ermutigt, die Herausforderungen der Arbeit anzunehmen.

Meine liebevolle Zuneigung gilt Markus Lutz.

Weingarten, den 24.03.2004

Einleitung.....	
1. Klassifikation von Unterricht.....	1
1.1 Der lehrerzentrierte, durch das behavioristische Lernmodell geprägte Unterrichtsstil.....	2
1.2 Der schülerzentrierte, durch das konstruktivistische Lernmodell geprägte Unterrichtsstil.....	3
1.3 Diskussionpunkte über lehrerzentrierte, behavioristisch geprägte Unterrichtsstile.....	6
1.4 Diskussionpunkte über schülerorientierte, konstruktivistisch geprägte Unterrichtsstile.....	8
1.5 Positive Fehlerkultur als integratives Modell.....	10
2. Unterrichtsqualitätsforschung im Unterricht.....	14
2.1 Definition von Unterrichtsqualität.....	14
2.2 Bedeutsame empirische Ergebnisse über Unterrichtsqualität aus der Sicht der Pädagogischen Psychologie.....	15
2.3 Bedeutsame empirische Ergebnisse über Unterrichtsqualität aus der Sicht der Mathematikdidaktik.....	18
2.3.1 Unterrichtsqualitätsmerkmale als Folge von TIMSS und PISA.....	19
2.3.2 Weitere empirische Ergebnisse über Unterrichtsqualität aus der Sicht der Mathematikdidaktik.....	24
2.3.3 Empirische Forschungsergebnisse über Unterrichtskultur im Mathematikunterricht.....	26
3. Fehleranalyse und Fehlerklassifikationen.....	30
3.1 Ein historischer Exkurs über die Fehleranalyse in der Mathematikdidaktik....	30
3.2 Fehlerklassifikationen.....	33
3.2.1 Fehlerklassifikationen in der Pädagogischen Psychologie.....	33
3.2.2 Fehlerklassifikationen in der Mathematikdidaktik.....	34
3.3 Eingrenzung des Fehlerbegriffs in dieser Studie.....	40
4. Zugänge zum Forschungsgegenstand „Fehlerkultur“.....	44
4.1 Empirische Ergebnisse zur Fehlerkultur im Unterricht.....	45
4.1.1 Erziehungswissenschaftlicher Forschungsbeitrag zur Fehlerkultur.....	45
4.1.2 Der Situationsansatz nach OSER, SPYCHIGER, HASCHER & MAHLER....	45
4.1.3 Fehlerkultur als Forschungsthema in der Mathematikdidaktik.....	46
4.2 Fehlerkultur und Unterrichtsqualität.....	50
4.3 Merkmale einer positiven Fehlerkultur.....	51
4.3.1 Mathematikdidaktisch-inhaltliche Anforderungen an eine positive Fehlerkultur.....	52
4.3.2 Methodische Merkmale einer positiven Fehlerkultur.....	67
4.3.3 Emotionale Merkmale einer positiven Fehlerkultur.....	60
4.4 Die Bedeutung der didaktischen Kompetenz der Lehrperson im Umgang mit Schülerfehlern.....	61
4.5 Lücken in der mathematikdidaktischen Unterrichtsqualitätsforschung und Bezug zum Thema.....	65
4.6 Ein erstes Beispiel einer typischen Schülerfehlersituation im Mathematikunterricht: „Wie reagieren Sie?“.....	66

5. Fragestellungen und Ziele der Forschungsstudie.....	69
5.1 Ausgangsthese.....	69
5.2 Fragestellungen und Ziele der Studie.....	71
5.3 Hypothesenformulierung.....	73
6. Die Satzgruppe des Pythagoras im Mathematikunterricht.....	78
6.1 Die Satzgruppe des Pythagoras in den Bildungsplänen.....	78
6.1.1 Bildungsplan Gymnasium Baden-Württemberg.....	78
6.1.2 Bildungsplan Realschule Baden-Württemberg.....	78
6.1.3 Bildungsplan Hauptschule Baden-Württemberg.....	79
6.2 Sachinformationen zur Satzgruppe des Pythagoras.....	80
6.2.1 Mind-Map zur Satzgruppe des Pythagoras.....	80
6.2.2 Die Sätze der Satzgruppe des Pythagoras.....	81
6.2.3 Beispiele für typische Einstiege in die Unterrichtseinheit.....	83
6.2.4 Beispiele für typische Beweise zur Satzgruppe des Pythagoras.....	83
6.2.5 Beispiele für die in der Forschungsstudie behandelten Aufgabentypen.....	90
6.3 Besondere Eignung der Unterrichtseinheit für die Erforschung der Fehlerkultur im Unterricht.....	94
7. Theoretische Grundlagen und Evaluationsmethoden.....	96
7.1 Methoden der Fehlerkulturforschung.....	97
7.1.1 Quantitativ orientierte methodische Ansätze.....	97
7.1.2 Qualitativ orientierte methodische Ansätze.....	97
7.1.3 Diskussionspunkte von quantitativen und qualitativen Forschungs- methoden.....	98
7.1.4 Methodentriangulation.....	100
7.1.5 Typenbildung.....	102
7.2 Die Fehlerkultur als Evaluationsgegenstand.....	103
7.3 Wahl der Erhebungsinstrumente.....	105
7.3.1 Die Fehlersituationsanalyse (FSA).....	107
7.3.2 Beschreibung weiterer Erhebungsinstrumente zur Fehlerkultur.....	161
7.4 Forschungsdesign.....	167
8. Durchführung der Forschungsstudie.....	169
8.1 Beschreibung der Stichprobe.....	169
8.2 Durchführung der Erhebung.....	172
8.3 Instrumente der Datenerhebung und Datenaufbereitung.....	172
8.3.1 Erläuterungen zur Transkriptionsweise.....	172
8.3.2 Erfassung relevanter Daten zur Fehlerkultur im Unterricht mit Hilfe eines Kodierasters.....	175
8.4 Instrumente der Datenauswertung.....	176
8.4.1 Kodier-Maunal zur Erfassung der Fehlerkultur im Mathematik- unterricht.....	177
8.4.2 Validitäts- und Reliabilitätskriterien der Fehlersituationsanalyse (FSA).....	203
8.4.3 Übersicht über die Fehlersituationsanalyse (FSA).....	203
8.4.4 Erfassung der Qualität der Fehlerkultur.....	205
8.4.5 Erfassung weiterer Unterrichtsmerkmale.....	209

9. Empirische Ergebnisse und Interpretation der Fehlerkultur am Beispiel von sechs Klassen.....	212
9.1 Das Videomaterial.....	212
9.1.1 Überblick über die der Fehleranalyse zu Grunde gelegten Unterrichtsstunden zur Einführung in die „SGdP“.....	213
9.1.2 Beschreibung der Unterrichtsstunden zur Einführung in die „SGdP“.....	214
9.2 Darstellung der Ergebnisse aus der FSA im Klassen- und Schulartenvergleich.....	240
9.3 Identifikation von Handlungstypen im Umgang mit konzeptuellen Schülerfehlern.....	292
9.3.1 Der „Frontalunterricht-Monitoring“-Typ.....	293
9.3.2 Der „Hört mal alle her“-Typ.....	295
9.3.3 Der „Zwei-Phasen“-Typ.....	296
9.3.4 Hinweis auf einen weiteren Fehlerkulturtyp.....	297
9.4 Die Fehlerkultur in sechs Schulklassen.....	298
9.4.1 Die Fehlerkultur in Gymnasium 1.....	298
9.4.2 Die Fehlerkultur in Gymnasium 2.....	301
9.4.3 Die Fehlerkultur in Gymnasium 3.....	303
9.4.4 Die Fehlerkultur in Realschule 1.....	305
9.4.5 Die Fehlerkultur in Realschule 2.....	307
9.4.6 Die Fehlerkultur in Realschule 3.....	309
9.4.7 Gesamtfehlerkultur im Vergleich.....	312
9.5 Hypothesenprüfung.....	312
9.5.1 Hypothesen über Fehlerkultur.....	313
9.5.2 Hypothesen über mögliche Zusammenhänge zwischen Fehlerkultur und Unterrichtskultur.....	318
9.5.3 Überblick über die Hypothesenprüfung.....	325
9.6 Hypothesengenerierung.....	326
9.7 Überblick über Mittelwertvergleiche beim Schulartenvergleich.....	330
10. Schulpraktische Impulse für eine positive Fehlerkultur.....	332
11. Zusammenfassung.....	350
12. Ausblick auf künftige Forschungsvorhaben.....	359
12.1 Der Einsatz des Instrumentariums zur Überprüfung der Wirksamkeit einer positiven Fehlerkultur.....	359
12.2 Der Einsatz des Instrumentariums zur Verbesserung der Fehlerkultur über die Professionalisierung von Lehrkräften in der Lehrerbildung.....	360
12.3 Der Einsatz des Instrumentariums zum Vergleich von Fehlerkulturen in Deutschland und anderen Ländern.....	362
Anhang: Unmittelbare Schülernachbefragung.....	365
Abkürzungsverzeichnis.....	367
Abbildungsverzeichnis.....	368
Tabellenverzeichnis.....	371

Literaturverzeichnis.....	373
---------------------------	-----

Begleitband (CD) mit Unterrichtstranskripten kann bei der Autorin eingesehen werden.

Einleitung

Nicht erst seit TIMSS (BAUMERT et al. 1997) und PISA (DEUTSCHES PISA-KONSORTIUM 2000) fordern Fachleute, -gremien und Betroffene, dass der deutsche Mathematikunterricht reformiert werden muss. Um die Bereitschaft und die Fähigkeit zu fördern, aus Fehlern zu lernen, benötigt die Schule eine neue Lernkultur. Verbesserungsvorschläge, Initiativen und Projekte zur Verbesserung von Unterrichtspraxis sind besonders dann wirksam, wenn sie an der Unterrichtspraxis direkt anknüpfen. Dabei muss es um mehr gehen, als den Versuch, mit kurzfristig gestarteten Verbesserungsvorschlägen das schlechte Gewissen der Verantwortlichen zu beruhigen. Es ist vielmehr wichtig, Leistungsmängel im Zusammenhang mit konzeptuellen Mängeln des Schulsystems, des Curriculums und der Unterrichtskultur zu sehen. Die vorliegende Arbeit legt ihren Schwerpunkt in diesen dritten Bereich: den Bereich der Unterrichtskultur; konkreter noch der Fehlerkultur. Dazu muss eine bestehende Unterrichts- oder Fehlerkultur jedoch zunächst einmal erkannt, beschrieben und präzisiert werden können.

Wenn Lernen als ein aktiver, von den Lernenden selbst zu bestimmender Prozess betrachtet wird, kommt dem Umgang mit Fehlern im Mathematikunterricht eine bedeutsame Rolle zu. Wie mit einem Schülerfehler im Unterricht umgegangen wird, ist unter anderem davon abhängig, in welcher konkreten Unterrichtssituation sich der Schülerfehler ereignet, welche Möglichkeiten der Fehlerbetrachtung und –korrektur zur Verfügung stehen und wie sich die Lernatmosphäre in der jeweiligen Schulklasse gestaltet. Dabei kann sich eine bestehende Fehlerkultur nur dann verändern, wenn das Verständnis der Lehrkräfte für eine positive Fehlerkultur gewonnen wird. Ein solcher Prozess muss langfristig angelegt sein. Er muss zudem Unterrichtsqualität als Ganzes im Blick haben und mit der Professionalisierung der Lehrkräfte einhergehen.

Übergeordnetes Ziel der vorliegenden Arbeit ist deshalb die Entwicklung und Anwendung eines Instrumentariums zur Erhebung der Fehlerkultur im Mathematikunterricht. Eine Möglichkeit der Erkenntnisgewinnung liegt in der Weiterentwicklung von Mathematikunterricht durch Videostudien. „Hierdurch erhalten wir ein wesentlich aussagekräftigeres Bild über den tatsächlichen Unterricht als mit Hilfe von Fragebögen etc.“ BAPTIST & WINTER (2001, S.75). Deshalb soll in dieser Arbeit die Entwicklung und Anwendung eines Instrumentariums zur Erhebung einer bestehenden Fehlerkultur auf der Grundlage von Videoaufzeichnungen im Mathematikunterricht betrieben werden.

Dazu werden zunächst zur Einordnung einer positiven Fehlerkultur in den Gesamtzusammenhang zwei sich prinzipiell unterscheidende *Auffassungen über Lehren und Lernen* einander gegenüber gestellt (Kapitel 1). Der lehrerzentrierte, durch das behavioristische Lernmodell geprägte Unterrichtsstil und der schülerzentrierte, durch das konstruktivistische Lernmodell geprägte Unterrichtsstil zeigen das Spannungsfeld auf, in dem sich der Umgang mit Fehlern im Unterricht wieder findet.

Der Bezug zwischen Fehlerkultur und Unterrichtsqualität wird dadurch hergestellt, dass bedeutsame *Ergebnisse über Unterrichtsqualitätsforschung* aus der Sicht der Pädagogischen Psychologie und der Mathematikdidaktik referiert werden (Kapitel 2), die dann in *Kriterien einer positiven Fehlerkultur* übersetzt und den empirischen Ergebnissen zur Fehlerkultur im Unterricht gegenübergestellt werden (Kapitel 4). Der Stand der Forschung zum Thema wird dadurch abgerundet, dass Ergebnisse über traditionelle Fehleranalysen und *Fehlerklassifikationen* referiert werden (Kapitel 3). Diese Begriffsklärung und Klassifizierung ist nicht zu letzt deshalb notwendig, da der Begriff Fehler und Fehlerkultur kein einheitliches wissenschaftliches Konstrukt bildet.

Aus all diesen Vorarbeiten ergeben sich dann die *Fragestellungen und Ziele der Arbeit* (Kapitel 5). Die Entwicklung eines Instrumentariums zur Evaluierung von Fehlerkultur im Mathematikunterricht soll kein Instrumentarium sein, das dem herkömmlichen Unterricht seine Schwachstellen bescheinigt bzw. das Lehrpersonen stigmatisiert, kritisiert und in ihrem Unterrichtshandeln verunsichert. Es soll ein Anstoß sein, darüber nachzudenken, ob der Umgang mit Fehlern im Unterricht so sein muss, wie er mit Hilfe des Instrumentariums aufgezeigt wird, so dass man sich am konkreten Unterrichtshandeln auf die Suche danach begeben kann, wie mit Fehlern sinnvoll, lebendig, motivierend und erkenntnisgewinnend umgegangen werden kann. Es soll aufgezeigt werden, dass es verschiedene Wege gibt, aus Fehlern zu lernen. Zu einer Auseinandersetzung der Schüler mit den eigenen Fehlern im Mathematikunterricht soll motiviert werden, weil dadurch (vermutlich) ein erfolgreicherer Lernprozess eingeschlagen werden kann. In Situationen wie diesen, gewinnt auch die Lehrperson an Freiheit, weil sie sich selbst Fehler eingestehen darf und im Unterricht nicht immer die Person sein muss, die mit absoluter Sicherheit sagen kann, was auf welche Art gemacht wird.

Die *fachdidaktischen Hintergrundinformationen* über die Unterrichtseinheit, in welcher die vorliegende Forschungsarbeit angesiedelt ist, werden in Kapitel 6 dargelegt. Hierdurch werden die Sinnzusammenhänge deutlicher, in denen sich die zu analysierenden Fehlersituationen ereignen.

In den Kapiteln 7 und 8 wird die *Entwicklung des Instrumentariums* zur Erhebung der Fehlerkultur dokumentiert und transparent gemacht. Dabei orientiert sich das Instrumentarium lerntheoretisch und methodisch an den in Kapitel 4 entwickelten Prinzipien einer positiven Fehlerkultur und inhaltlich an der in Kapitel 6 dargelegten Unterrichtseinheit über die Satzgruppe des Pythagoras.

Die Auswertung der Daten von sechs Schulklassen ergibt detaillierte Erkenntnisse über die *vorherrschende Fehlerkultur* in den untersuchten Klassen, über Unterschiede und Gemeinsamkeiten der Fehlerkultur im *Schulartenvergleich*, über spezifische *Handlungstypen* im Umgang mit Fehlern im Mathematikunterricht und über eine Reihe von *Hypothesenprüfungen* und *Hypothesengenerierungen* (Kapitel 9). *Impulse* für eine positive Fehlerkultur in der Schulpraxis werden in Kapitel 10 zur Diskussion gestellt.

Die *Zusammenfassung* der Arbeit stellt die zentralen Ergebnisse der Arbeit zusammen (Kapitel 11). Da das Forschungsprojekt zeitlich begrenzt und auch die Forschungsressourcen sehr eingeschränkt sind, kann diese Pilotstudie als Pionierarbeit in einem Bereich verstanden werden, in dem bisher keine vergleichbaren Forschungsvorhaben durchgeführt wurden. Mögliche zukunftsweisende *weitere Forschungsarbeiten*, die Fehlerkultur zum Evaluationsgegenstand machen, werden im letzten Kapitel skizziert (Kapitel 12).

Es bleibt zu hoffen, dass sich Fehlerkultur ganzheitlich beschreiben und wissenschaftlich nachweisbar verbessern lässt, um damit einen Impuls für die gesamte Unterrichts- und Schulentwicklung geben zu können.

„Der Weg der Erkenntnis ist nicht immer der „Königsweg“. Er führt oft über den Irrtum, ja, der Irrtum hat oft erkenntnisfördernde Bedeutung. Weil einer falschen Lösung in der Nachprüfung alle nicht beachteten oder übersehenen Faktoren sich entgegenstellen, so wird der Blick dahin gelenkt, wo die richtige Lösung sich vom dunklen Hintergrunde mehr und mehr erhebt“ (Copei 1950, S.38).