

texte zur
mathematischen
forschung und lehre

36

Claudia Maria Köster

Interaktion von Affekt und Kognition

Einzelfallstudien mathematischer
Problemlöseprozesse bei Kindern im
Grundschulalter

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek
Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen
Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet
über <<http://dnb.ddb.de>> abrufbar.

Bibliographic information published by Die Deutsche Bibliothek
Die Deutsche Bibliothek lists this publication in the Deutsche
Nationalbibliografie; detailed bibliographic data is available in the
Internet at <<http://dnb.ddb.de>>.

ISBN 3-88120-395-8

Claudia Maria Köster

Interaktion von Affekt und Kognition

Einzelfallstudien mathematischer Problemlöseprozesse bei Kindern im Grundschulalter

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung des akademischen Grades
des Doktors in den Erziehungswissenschaften
an der Westfälischen Wilhelms-Universität
M ü n s t e r

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Alle Rechte, insbesondere die der
Vervielfältigung und Übertragung auch einzelner Textabschnitte, Bilder oder Zeichnungen
vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Zustimmung des Verlages in
irgendeiner Form reproduziert werden (Ausnahmen gem. 53, 54 URG). Das gilt sowohl
für die Vervielfältigung durch Fotokopie oder irgendein anderes Verfahren als auch für die
Übertragung auf Filme, Bänder, Platten, Transparente, Disketten und andere Medien.

© 2005 by Verlag Franzbecker, Hildesheim, Berlin

Danksagung

Viele Personen haben die Entstehung der vorliegenden Arbeit begleitet und unterstützt. Bei ihnen allen möchte ich mich an dieser Stelle herzlich bedanken.

Herr *Prof. Dr. Martin Stein* hat die Untersuchung stets mit beständigem Interesse verfolgt. Seine Diskussionsbereitschaft, seine wertvollen Hinweise und die stets konstruktive Kritik haben wesentlich zum Gelingen der Arbeit beigetragen. Für die Betreuung der Untersuchung aber auch dafür, dass er mich bereits während des Studiums betreut und zum wissenschaftlichen Arbeiten angeleitet hat, möchte ich mich bei ihm herzlich bedanken.

Eine wertvolle Bereicherung stellten auch die Diskussionen mit *Gerald Goldin* und *Valerie DeBellis* dar. Ihnen möchte ich für die nützlichen Anregungen und die Zeit, die sie sich genommen haben, danken.

Interessierte Unterstützung und kritische Anregungen erhielt ich auf den Tagungen und bei den Doktoranden- und Forschungskolloquien des Instituts für Didaktik der Mathematik der Universität Münster. Allen Beteiligten gilt mein Dank.

Ohne die Kinder und deren Eltern wäre die Untersuchung nicht möglich gewesen. Ihnen danke ich für die Bereitschaft und die Begeisterung während der Interviews. Den am Projekt beteiligten Studenten des Lehramtes für Primarstufe sowie den studentischen Hilfskräften danke ich für die aufwendige Transkriptionsarbeit

Frauke Kesting und *Antje Hoffmann* danke ich nicht nur für das sorgfältige Korrekturlesen und das Einbringen von eigenen Ideen und Verbesserungsvorschlägen sondern vor allem für die geduldigen Aufmunterungen.

Die Graduiertenförderung der Westfälischen Wilhelms-Universität hat mich finanziell unterstützt. Ihr gilt ein großer Dank.

Mein besonderer Dank gilt *Elisabeth und Ulrich Weidenfeller*, die mich in ihre Familie aufgenommen und mich unterstützt haben, neue Wege zu gehen.

Claudia Maria Köster

0. Einleitung	1
I. Theoretische Grundlagen zum Problemlösen und zu Affekten	5
1. Problemlösen: Überblick über ausgewählte Literatur	5
1.1 Problemlösen aus Sicht der Psychologie	5
1.1.1 Definition der Begriffe „Problem“ und „Problemlösen“	5
1.1.2 Klassifikation von Problemen	6
1.1.3 Methoden zur Analyse von Problemlösungsprozessen	7
1.1.4 Der Prozess des Problemlösens	8
1.1.5 Problemlöseheuristiken	10
1.2 Problemlösen in der Mathematikdidaktik	11
1.2.1 Faktoren, die das Problemlösen beeinflussen.....	11
1.2.2 Strukturierung des Problemlösungsprozesses	12
1.2.3 Heurismus, Strategie, Technik, Strategiekeim... eine Begriffsklärung.....	13
1.2.4 Metakognition	15
1.2.5 Sackgassen und Holzwege	20
2. Affekte	22
2.1 Begriffsklärung, Definition und Abgrenzung	22
2.2 Theorien zur Emotionsgenese	23
2.2.1 Physiologische Emotionstheorien	23
2.2.2 Kognitive Emotionstheorien	24
2.2.3 Gemischte Emotionstheorien	25
2.3 Kognitive Determinanten von Emotionen	25
2.3.1 Viszeral-kognitive Theorie: Mandler	25
2.3.2 Kontrolle als Bedingung für Emotion: Dörner	28
2.4 Zusammenfassung	31
3. Zur Interaktion von Affekt und Kognition – ein Überblick über ausgewählte Literatur	32
3.1 Kognitive Konsequenzen von Emotionen aus Sicht der Psychologie	32
3.1.1 Die Netzwerktheorie	32
3.1.2 Aufmerksamkeits-theoretische Ansätze	33
3.1.3 Stimmungen als Information	35
3.1.4 Motivations-Modell.....	35
3.1.5 Die These der Denkstile	36
3.1.6 Zusammenhang von Emotionen und Handeln	38
3.1.7 Handlungskontrolle	41
3.1.8 Zur Entwicklung des Einflusses von Affekt auf Kognition.....	43
3.1.9 Das Konzept der „Affektlogik“	44
3.1.10 Zusammenfassende Diskussion der vorgestellten Ansätze	45
3.2 Die Rolle des Affektes für das mathematische Problemlösen	45
3.2.1 Der Begriff des Affektes in der Mathematikdidaktik	46
3.2.2 Folgen von Emotionen beim Problemlösen	48
3.2.3 Kognitive und affektive Kompetenzen für das Problemlösen	49
3.2.4 Affektive Pfade des Problemlösens.....	52
3.2.5 Die Untersuchung von DeBellis: Metaaffekt	56
3.2.6 Mathematical Intimacy.....	58
4. Der Ansatz der vorliegenden Arbeit	60
II. Aufbau der Untersuchung	63
1. Fragestellung und Ziele der Untersuchung	63
2. Untersuchungsaufbau	64
2.1 Die Aufgaben	64
2.2 Interviewverlauf	67
2.3 Aufzeichnung und Transkription	71

3.	<i>Interpretation</i>	76
3.1	Handlungsprofile als komprimierende Darstellungsform	76
3.1.1	Ein Beispiel.....	76
3.1.2	Legende zum Handlungsprofil – erster Teil.....	77
3.2	Vorüberlegungen zu einer ersten Grobanalyse der Affekte	77
3.2.1	Grobanalyse der Affekte – erster Schritt der Interpretation.....	79
3.2.2	Statistische Überprüfung.....	80
3.2.3	Die „wahre Reihe“.....	80
3.3	Auswertung des Problemlöseverhaltens	81
3.3.1	Strategien und Strategiekeime.....	81
3.3.2	Analyse des Problemlöseverhaltens – zweiter Schritt der Interpretation.....	87
3.4	Zusammenführung der beiden Aspekte	88
3.4.1	Erstellen von Handlungsprofilen.....	88
3.4.2	Legende zum Handlungsprofil – zweiter Teil.....	89
3.4.3	Auswertung der Handlungsprofile – dritter Schritt der Interpretation.....	90
3.4.4	Detaillierte Interpretation – vierter Schritt.....	90
III.	<i>Interpretationen und Ergebnisse</i>	97
1.	<i>Allgemeine Beschreibung der interviewten Schüler</i>	97
1.1	Hanna.....	97
1.2	Fabian.....	97
1.3	Katrin.....	98
1.4	Harald.....	100
1.5	Johannes.....	103
1.6	Nadine.....	105
1.7	Sabrina.....	105
1.8	Helke.....	106
1.9	Thorsten.....	106
1.10	Markus.....	107
1.11	Robert.....	108
2.	<i>Reaktionen auf Sackgassen</i>	108
2.1	Sperrenbeseitigung.....	109
2.2	Negative Emotionen.....	113
2.2.1	Nadine.....	113
2.2.2	Katrin.....	117
2.3	Neuer Versuch mit gleicher Strategie.....	120
2.4	Handlungs- und Denkpause.....	129
2.5	Abräumen der Vorlage.....	132
2.6	Suche nach Hilfe.....	133
2.7	Zusammenfassung.....	135
3.	<i>Entstehung von Emotionen</i>	138
3.1	Entstehung von positiven Emotionen	138
3.1.1	Fabian schließt eine Lücke.....	138
3.1.2	Markus stellt eine Analogie her.....	141
3.1.3	Thorsten hat eine Einsicht.....	144
3.1.4	Harald zählt die Kästchen.....	146
3.2	... und negativen Emotionen	150
3.2.1	Harald erkennt seinen Fehler.....	150

3.2.2	Hanna erlebt einen Misserfolg	152
3.3	Kontextabhängige Bedeutungszuweisung.....	158
3.4	Emotionen während der Reflexion	161
3.5	Zusammenfassung.....	162
4.	<i>Funktion von Emotionen</i>.....	162
4.1	Negative Emotionen fördern Strategiewechsel und analytische Denkweisen	163
4.1.1	Robert.....	163
4.1.2	Katrin	164
4.1.3	Nadine.....	168
4.1.4	Hanna	168
4.1.5	Zusammenfassung und Parallelen in der Literatur	169
4.2	Die Bedeutung von Erfolg	169
5.	<i>Vom Umgang mit negativen Emotionen</i>	171
5.1	Einsatz von Metakognition.....	171
5.1.1	Hanna: „Mh, der muss dahin, das weiß ich“	172
5.1.2	Johannes „Der muss ja so sein.“.....	178
5.1.3	Parallelen in der Literatur.....	182
5.2	Selbstbestärkung	183
5.2.1	Fabian: „Da hab‘ ich einfach gedacht...“	183
5.2.2	Katrin: „Hab‘ ich einfach gesagt, ganz leise...“	184
5.3	Notfallreaktionen und Kapitulation	188
5.3.1	Harald: „Ne, ich glaub`ich schaff das nicht.“	188
5.3.2	Helke: „Ich weiß gar nich´ weito.“	194
5.3.3	Parallelen in der Literatur.....	197
5.4	Zusammenfassung.....	199
5.5	Ursachen für den unterschiedlichen Umgang mit negativen Emotionen	200
5.5.1	Positive Selbsteinschätzung	200
5.5.2	Lageorientierung versus Handlungsorientierung.....	203
6.	<i>Freude nach der erfolgreichen Bearbeitung des lösbaren Puzzles?</i>	203
6.1	Robert.....	204
6.2	Sabrina	207
6.3	Hanna	210
6.4	Zusammenfassung.....	211
7.	<i>Diskussion der Ergebnisse und weiterführende Überlegungen</i>	212
8.	<i>Literaturverzeichnis</i>	226
9.	<i>Verzeichnis der Abbildungen und Handlungsprofile</i>	239
10.	<i>Anhang</i>	241
10.1	Transkriptionsregeln	241
10.1.1	Sprachliche Transkriptionsregeln.....	241
10.1.2	Beschreibung der Legehandlungen	241
10.2	Übersetzung der Codes des Facial Action Coding System	242

0. Einleitung

„...problem solving has been the most written about, but possibly the least understood topic in the mathematics curriculum....“ (Lester 1994, S. 660)

Die mathematikdidaktische Problemlöseforschung begann 1945 mit der Veröffentlichung von Polyas Buch „How to solve it“. Die erste Phase dieser Problemlöseforschung legt Pehkonen (1991a) für die Jahre von 1960 bis 1980 fest. Während dieser Zeit galt das vorrangige Interesse der Forscher den verschiedenen Problemtypen sowie der Frage, was ein Problem „schwierig“ macht. Dazu wurde untersucht, inwieweit die verschiedenen Aufgabenvariablen wie Inhalt, Syntax, Struktur und mathematische Anforderungen¹ den Problemlösungsprozess beeinflussen. Ein zentraler Aspekt der Forschungen war der Gebrauch heuristischer Strategien wie z.B. „Zeichne ein Diagramm“. Die besondere Stellung dieser Denkregeln führte zu der Überzeugung, dass das explizite Darstellen und Lehren heuristischer Strategien das Problemlöseverhalten einer Person verbessern könne (vgl. Polya 1945, Schoenfeld 1979).

Gegen Ende der 70er Jahre beschreibt Pehkonen eine Änderung des Schwerpunktes der mathematischen Problemlöseforschung: Diese Änderung wurde durch Skepsis in Bezug auf das Lehren von heuristischen Strategien bzw. durch die Überzeugung, dass dies allein nicht ausreichte, um Problemlöseverhalten zu verbessern, ausgelöst (vgl. Pehkonen 1991b). So rückte die Frage, was einen „guten“ Problemlöser von einem „schlechten“ unterscheidet, in das Zentrum des Interesses. Dabei lag erstmals der Untersuchungsschwerpunkt auf der individuellen Problemlösekompetenz. Um die Problemlöseprozesse untersuchen zu können, wurden die Problemlöser – Laien und Experten – aufgefordert, während des Problemlösens laut zu sprechen (vgl. Lester 1994, S. 664).

Eine weitere Wandlung der Fragestellung erfuhr die Problemlöseforschung zu Beginn der 80er Jahre, indem die Rolle von Metakognition untersucht wurde. Metakognitive Kategorien wie das Wissen um eigene Denkprozesse und die Kontrolle des Problemlöseverhaltens, wurden als zentrale Aspekte für den Problemlöseprozess betrachtet. Dabei setzte sich zunehmend die Überzeugung, dass das Problemlöseverhalten eines Individuum durch kognitive Faktoren allein nicht vollständig erklärt werden könne, durch. Auch affektive Faktoren, wie das mathematische Weltbild oder die Einstellungen des Individuums, sollten berücksichtigt werden (vgl. McLeod und Adams 1989).

Insgesamt sind zwei Schwerpunkte der mathematikdidaktischen Forschung zum Problemlösen erkennbar: Zum einen wurde versucht, das Problemlöseverhalten zu verstehen, indem die kognitiven und später auch die affektiven Faktoren untersucht worden sind. Zum anderen wurde der Frage nachgegangen, wie sich das Problemlösen des Individuums verbessern lässt

¹ vgl. hierzu auch Kapitel 3.2.4

bzw. wie das Lösen mathematischer Probleme im Unterricht vermittelt werden kann (vgl. Pehkonen 1991, S. 46).

Dabei lässt bereits der kurze Abriss erkennen, dass das Problemlösen bislang überwiegend als rationale, emotionslose Tätigkeit aufgefasst worden ist. Aus diesem Grund hat sich die Forschung zum mathematischen Problemlösen bisher im Wesentlichen nur mit einem Teilthema des Problemlösens – mit den kognitiven Aspekten – beschäftigt (vgl. McLeod 1990).

Eine Forschungspraxis, die einer Dekomposition gleich immer nur einzelne Teilthemen eines komplexen Themas betrachtet, erlaubt zwar eine tiefgreifende Analyse und macht das untersuchte Teilthema bis ins kleinste Detail hinein verständlich, hat jedoch zur Folge, dass der Zusammenhang des untersuchten Teilgebietes mit anderen Teilgebieten unerkannt bleibt, denn es werden lediglich Feinstrukturen enthüllt (vgl. Dörner 1982).

Eines der Teilthemen des Problemlösens, das bislang nur wenig thematisiert wurde, ist die Frage des Einflusses von Affekt auf Kognition.

„Within research in school, the understanding of learning has concentrated, in the first place, on the following of cognitive academic achievement. Affective by-results [...] however, determine the quality of learning. But they are often left aside in studies.“
(Pehkonen und Törner 1996a, S. 101)

In diesem Zusammenhang beschränkt die Forschung sich bisher lediglich auf die Analyse stabiler affektiver Faktoren wie Stimmung, Einstellung und Vorstellung (vgl. Lester, Garofalo und Kroll 1989, Cobb, Yackel und Wood 1989, McLeod 1990). Bei der Erforschung des Einflusses von Affekt haben Emotionen, die sich von den stabilen affektiven Faktoren durch ihre Instabilität, Kurzlebigkeit und Intensität abgrenzen, bislang keine gewichtige Rolle gespielt (vgl. McLeod und Adams 1989, Silver 1985, Norman 1981). Als Ursache für die ausschließliche Berücksichtigung stabiler affektiver Faktoren vermutet McLeod (1989) forschungspraktische Gründe, denn Affekte wie Einstellungen und Vorstellungen lassen sich mit Hilfe eines Fragebogens erheben. Die Vernachlässigung der Rolle von Emotionen auf das Problemlösen stellt einen Mangel dar, da Emotionen als verhaltensorganisierend gelten (vgl. Stemmler 1996) und aus diesem Grund angenommen werden kann, dass sie großen Einfluss auf den Problemlöseprozess haben können.

Aufgrund der aufgeführten Defizite der bisherigen Problemlöseforschung lässt sich mit Silver (1985) zusammenfassend feststellen, dass es sich bei der Untersuchung des Einflusses von Emotionen auf das mathematische Problemlösen um einen Aspekt handelt “that need to be addressed seriously in the next wave of research on mathematical problem solving“ (Silver 1985, S. 253, vgl. ebenfalls Norman 1981, McLeod 1988, Dörner 1976, S. 114, Pehkonen 1991b, S. 46, Kuhl 1987, S. 102).

Anliegen dieser Arbeit ist es, Problemlösen im Kontext emotionaler Zustände zu betrachten. Grundlegende Annahme dabei ist, dass Problemlöseverhalten keine rein kognitive Aktivi-

tät ist, sondern in den Komplex psychischer Prozesse eingebettet ist. Dabei wird davon ausgegangen, dass eine Verbindung zwischen affektiven und kognitiven Aspekten im menschlichen Verhalten existiert. Darauf weisen sowohl Anatomie und Physiologie des Gehirns als auch neurologische Untersuchungen hin. So besitzen Zentren des Denkens und der Wahrnehmung (Neocortex) neuronale Verbindungen zu Hirnregionen, welche Stimmungen und Gefühle steuern (limbisches System, Hypothalamus, Riechrinde). Entsprechende Untersuchungen führte Geschwind (1981) durch: „the portions of the brain involved in memory functions, e.g., the hippocampus, amygdala, mammillary bodies, etc., are all portions of the limbic system which is clearly involved in emotional activities“ (Geschwind 1981, S. 33).

Die vorliegende Arbeit möchte einen Beitrag dazu leisten, menschliches Problemlösen vor allem in Hinblick auf die Interaktion von Emotionen und Kognition zu beschreiben. Mit Hilfe von detaillierten Einzelfallstudien sollen entsprechend den Methoden der interpretativen Forschung Zusammenhänge zwischen Emotionen und kognitiven Prozessen beschrieben werden.

Im **ersten Teil** der vorliegenden Arbeit werden zentrale Studien und Überlegungen zum Problemlösen, zur Emotionsgenese sowie zur Interaktion von Affekt und Problemlösen vorgestellt. Im *ersten Kapitel* des Theorieteils werden grundsätzliche Überlegungen zum Problemlösen aus Psychologie und Mathematikdidaktik vorgestellt. Der erste Teil des Kapitels, der sich mit dem Problemlösen aus Sicht der Psychologie beschäftigt, ist allgemein gehalten. Im Gegensatz dazu werden im zweiten Teil Überlegungen aus der Mathematikdidaktik wiedergegeben, die über einen engen Bezug zu den Forschungszielen der vorliegenden Arbeit verfügen.

Das *zweite Kapitel* beschäftigt sich mit der Thematik des Affektes. Nach einer Begriffsklärung werden zentrale Theorien zur Emotionsgenese vorgestellt. Da die Theorien von Mandler und Dörner wegen ihrer Überlegungen zur Entstehung von Emotionen während des Problemlösens einen starken Bezug zur vorliegenden Arbeit haben, werden diese im dritten Teil des Kapitels ausführlicher betrachtet.

Im *dritten Kapitel* dieser Arbeit werden Arbeiten aus der Psychologie zum Einfluss von Stimmungen und Emotionen auf Denken, Handeln sowie das Gedächtnis vorgestellt.

Das *vierte Kapitel* beschäftigt sich mit der Interaktion von Emotionen und problemlösendem Handeln. Dazu werden die Arbeiten aus der Mathematikdidaktik von McLeod, Goldin und DeBellis herangezogen.

Im **zweiten Teil** werden die empirischen Studien der vorliegenden Arbeit vorgestellt. Nach der Formulierung der Ziele und Fragestellungen erfolgt die Darstellung des Untersuchungsaufbaus. Es wurden 28 Interviews mit Schülern und Schülerinnen der 2., 3. und 4. Jahrgangsstufe geführt und mit Hilfe von Videokameras aufgezeichnet. Datenerhebung und Auswertung werden im Verlauf des zweiten Kapitels ausführlich dargestellt

Der **dritte Teil** enthält ausgewählte Szenen aus den Interviews, die detailliert analysiert und mit theoretischen Überlegungen in Zusammenhang gebracht werden.

Im letzten Kapitel werden die Erkenntnisse der empirischen Studien zusammenfassend diskutiert. Es folgen schließlich Überlegungen zur Relevanz der Erkenntnisse für den Schulalltag.