Peter Borneleit
Peter Kirsche
Reinhard Strehl
(Hrsg.)

slm

studium und lehre
mathematik

Reinhard Strehl

Zahlbereiche

divverlag
franzbecker

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek
Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

Bibliographic information published by Die Deutsche Bibliothek
Die Deutsche Bibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data is available in the Internet at <http://dnb.ddb.de>.

ISBN 3-88120-285-4

Reinhard Strehl Zahlbereiche

Vorwort

Der vorliegende Band ist eine Neufassung der bereits 1972 unter dem Titel "Zahlbereiche" erschienenen Schrift. Wie seinerzeit geht es um die Bereitstellung einer **mathematischen Hintergrundtheorie für Zahlbegriff, Aufbau der Rechenoperationen und Zahlbereichserweiterungen im Mathematikunterricht.** Der Aufbau der mathematischen Theorie von den natürlichen zu den reellen und in einem kurzen Ausblick zu den komplexen Zahlen wurde im wesentlichen beibehalten. Im Vergleich zur früheren Fassung sind aber vor allem die didaktischen Anmerkungen zu den einzelnen Zahlbereichen und Zahlbereichserweiterungen aktualisiert und neu gefaßt. Hinzugefügt wurde im Kapitel über die natürlichen Zahlen ein selbständiger Abschnitt über Zahlen und Größen, und erweitert wurden insbesondere die Vorbemerkungen zu den einzelnen Kapiteln. Dabei wurde versucht, die jeweiligen Hauptgedanken sowie die wichtigsten didaktischen und psychologischen Gesichtspunkte in knapper, aber anschaulicher Form voranzustellen, um so das Verständnis der rein mathematischen Abschnitte vorzubereiten und zu erleichtern.

Ich danke meinem Kollegen E. Hollmann für seine große Hilfe bei den Korrekturen und für zahlreiche Anregungen zur Verbesserung des Textes. Ich danke dem Verlag dafür, daß der Band in diesem Rahmen neu erscheinen kann.

Lüneburg, im August 1996 R. Strehl

Inhalt

Einführung

ZAHLEN IN UMGANGSSPRACHE UND THEORIE

"Was sind und was sollen die Zahlen?" Unter dieser Frage veröffentlichte Richard Dedekind im Jahre 1888 eine Schrift, mit der er selbst einen entscheidenden Beitrag zur Klärung der mathematischen Grundlagen des Zahlbegriffs leistete. Demgegenüber müssen die mit Zahlen und Rechnen verbundenen psychologischen und didaktischen Fragestellungen immer wieder neu diskutiert werden:

Wie entwickelt sich der Zahlbegriff beim Kinde? Wie kann man die Fähigkeit zu zählen verstehen, die schon bei Vorschulkindern anzutreffen ist? Welcher Zusammenhang mit der Fähigkeit, Mengen in bezug auf die Anzahl ihrer Elemente zu beurteilen, zu vergleichen und zu ordnen, besteht hier? Welche Zusammenhänge mit dem Messen bzw. zwischen Zahlen und Größen sind zu berücksichtigen? Welche Zugänge zum Rechnen in der Grundschule sind je nach der Beantwortung der psychologischen und didaktischen Grundfragen zu bevorzugen? Hat eine Klärung und Festigung der zugrundeliegenden Begriffe Vorrang oder der mehr instrumentelle Gebrauch der Zahlen bei ihrer Anwendung?

Die Diskussion solcher Fragen, die Beurteilung und Einordnung neuer didaktischer und methodischer Vorschläge setzen voraus, daß der Lehrer mit den mathematischen Grundlagen des Zahlbegriffs und dem Aufbau des Zahlensystems vertraut ist. Die Entwicklung des Grundschulrechenunterrichts während der letzten Jahrzehnte und auch der zeitweise heftig geführte Streit um diesen Unterricht zeigen sehr deutlich, wie stark didaktische Entscheidungen von mathematischen wie auch psychologischen Theorien beeinflußt werden können, wie groß aber auch die Gefahren sind, die sich aus einer verengten Theoriebildung ergeben.

Generell hat sich inzwischen die Auffassung durchgesetzt, den Zahlbegriff als komplexen Begriff zu betrachten und bei unterschiedlicher Gewichtung auf eine Integration mehrerer Aspekte hinzuarbeiten. Dies