Peter Borneleit
Peter Kirsche
Reinhard Strehl
(Hrsg.)

slm

studium und lehre mathematik

Michael Neubrand
Manfred Möller

Einführung in die elementare Arithmetik

Ein Arbeitsbuch für Studierende des Lehramts

divverlag
franzbecker

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

Neubrand, Michael:
Einführung in die Arithmetik : ein Arbeitsbuch für Studierende des Lehramts der Primarstufe / Michael Neubrand ; Manfred Möller. - Bad Salzdetfurth : Franzbecker, 1990
ISBN 3-88120-193-9
NE: Möller, Manfred:

Vorwort

Dieses Buch ist ursprünglich hervorgegangen aus Vorlesungen und Übungen, die wir für Studentinnen und Studenten im ersten Semester des Studiengangs „Lehramt der Primarstufe“ in Dortmund durchgeführt haben. In Nordrhein-Westfalen, und in einigen anderen Ländern auch, sind alle Studierenden in diesem Studiengang verpflichtet, Mathematik (und Deutsch) in gewissem Umfang zu belegen. Das Gebiet „Einführung in die Arithmetik“ gehört dabei zum Pflichtpensum.

Wir sahen uns also nicht nur mit der Tatsache konfrontiert, dass für die meisten Zuhörerinnen und Zuhörer diese Vorlesung der erste Kontakt mit Mathematik an der Hochschule war, sondern auch damit, dass viele Studentinnen und Studenten - wohl aufgrund vielfältiger negativer Erfahrungen mit dem mathematischen Schulunterricht - niemals eine Mathematikvorlesung freiwillig besuchen würden. Andererseits glauben wir aber, dass eine Studienordnung, die Mathematik für angehende Grundschullehrerinnen und -lehrer pflichtgemäß verlangt, durchaus sinnvoll ist. Im späteren Beruf wird ja mit hoher Wahrscheinlichkeit das Unterrichten in Mathematik einfach dazugehören, und zwar Unterrichten in einer sehr sensiblen Phase schulischen Lernens, nämlich in den ersten vier Schuljahren, in denen nicht nur viele grundlegende Erfahrungen zum Bereich Zahlen und Rechnen gemacht werden, sondern auch die Einstellung zum Fach Mathematik sich entwickelt.

Wie kann man sich also in dieser Situation den Hörerinnen und Hörern einer Vorlesung, den Leserinnen und Lesern des Buches gegenüber verhalten?

Die Aufgabe besteht unserer Meinung nach nicht darin, nun - wo es ja zunächst nicht um didaktische, sondern um grundlegende mathematische Themenkreise geht (neben der Arithmetik sollte mit ähnlichen Absichten auch die Geometrie behandelt werden) - einfach einen ausgeklügelten, „didaktisch aufbereiteten“ (wie man so sagt) mathematischen Apparat vorzuführen. Vielmehr dürfte es, gerade im Blick auf das Ziel des kommenden Unterrichts in der Primarstufe, von entscheidender Bedeutung sein, ein facettenreiches, lebendiges, auf Probleme und Einbettungen vielfältiger Art bezogenes, offenes Bild mathematischen Arbeitens zu zeigen. Je reichhaltiger die Kenntnis verschiedenster Probleme und Zusammenhänge im Bereich der Zahlen ist, desto eher ist auch ein lebendiger, Freude an mathematischer Tätigkeit fördernder Unterricht möglich.

Daher versuchen wir, die folgenden Themenkreise von verschiedenen Seiten anzugehen und auf verschiedenen Ebenen zu behandeln:

– Verwendung von Zahlen in verschiedenen Situationen und zu verschiedenen Zwecken, auch einige Bemerkungen zur historischen Entwicklung des Zahlbegriffs,

– mathematische Darstellung von Zahlen, ihre Schreibweisen und die Rechenoperationen, die damit durchgeführt werden,

– Kennenlernen von Strukturen, d.h. Regelmäßigkeiten, Ordnungen, internen Beziehungen, Zusammenhängen innerhalb des Bereichs der Zahlen.

„Zahlen“ sind dabei im wesentlichen die ganzen Zahlen ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,... an einigen Stellen treten auch rationale Zahlen als Brüche oder als Dezimalbrüche auf; auf die grundsätzliche Verschiedenartigkeit der reellen Zahlen wird hingewiesen.

Den Text dieses Buches - sowohl was den Vorlesungsteil als auch was die Übungsteile betrifft - wollten wir so offen wie möglich für die weitere Beschäftigung der Leserinnen und Leser gestalten. Wir verzichten auf ausgefeilte formalistische Darstellungen zugunsten von ausführlichen Beschreibungen und Hinweisen zum Weiterdenken und geben gelegentlich Einbindungen und Ausblicke in größere Zusammenhänge an. So sind insbesondere auch die Kommentare zu den Übungsaufgaben zu verstehen; es sind meist nicht komplette Lösungen, sondern Hinweise zu den Ansätzen, zu Varianten, verwandten Aufgaben usw.. Wie mit dem Text, so sollte daher auch mit den Übungen verfahren werden: Lesen - Nachdenken - - die Aufgaben lösen - weitere Fragen stellen - sich anregen lassen. Wir haben daher bewusst den Untertitel „Arbeitsbuch“ gewählt.

An einigen Stellen im Text werden Lesehinweise gegeben, die am Schluss des Buches noch einmal in einem Literaturverzeichnis zusammengefasst werden. Sie dienen dem Zweck, interessierten Leserinnen und Lesern wenigstens einen ersten Zugang zu weiteren Informationen zu eröffnen. Mit der gleichen Absicht sind auch einige Abschnitte mit den Symbolen -R- und -M- gekennzeichnet. Diese bedeuten:

-R- : Der Abschnitt dient der „Reflexion“ - Hier werden einige Fragen und Probleme aufgeworfen, die über den Stoff i.e.S. oft weit hinausweisen. Oft sind es Fragen, die mit dem Verständnis von Mathematik zusammenhängen, manchmal auch Hinweise zur didaktischen Bedeutung einzelner Abschnitte.

-M- : Der Abschnitt ist ein „Mosaiksteinchen“. Hier werden, meist etwas abseits der Linie der Vorlesung, interessante Ergebnisse, Beispiele, Kuriositäten ... vorgestellt, die ein allzu trockenes Beharren auf dem Stoff verhindern sollen.

Dieses Buch hat schließlich auch - obwohl nur noch einer der Autoren dort arbeitet - aus dem Kontext der Arbeiten am Institut für die Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts im Fachbereich Mathematik der Universität Dortmund profitiert. Manche der dargestellten Gedanken, insbesondere manche der Übungsaufgaben entstammen der seinerzeitigen und der aktuellen „mündlichen Tradition“.

Die Verantwortung für den Text als ganzes haben wir beide: Michael Neubrand hat hauptsächlich den Vorlesungstext geschrieben, Übungen und Kommentare gehen vorwiegend auf Manfred Möller zurück.

Die jetzt vorliegende 3. Auflage ist eine überarbeitete, aktualisierte und durch mehrere neue Einschübe ergänzte Fassung der Ausgaben von 1990 bzw. 1992. Für Hinweise zur Überarbeitung danken wir auch den Herausgebern der Lehrbuchreihe dieses Verlages.

Flensburg und Dortmund, im Oktober 1999

Michael Neubrand
Institut für Mathematik und ihre Didaktik,
Bildungswissenschaftliche Hochschule Flensburg - Universität

Manfred Möller
Institut für die Erforschung und Entwicklung des Mathematikunterrichts
Universität Dortmund

INHALTSVERZEICHNIS

1. Wozu verwendet man Zahlen? Aspekte des Zahlbegriffs

1.1 Zur Beschreibung der verschiedenen Zahlaspekte: Kardinalzahl, Ordinalzahl, Maßzahl, Operator, Rechenzahl, Codierung

Offenbar verwendet man im Alltag, in der Schule, in der Wissenschaft Zahlen zu ganz verschiedenen Zwecken. Eine Zahl kann in ganz verschiedenen Kontexten verwendet werden, und jedesmal drückt sie eine ganz bestimmte Sichtweise aus, dient einem jeweils unterschiedlichen Zweck.

Beispiele DieseVorlesung
- findet im Hörsaal 3 statt,
- beginnt um 14 Uhr,
- dauert 90 Minuten,
- wird von ca. 450 Zuhörerinnen und Zuhörern besucht,
- ist für viele die 1. Mathematikvorlesung an einer Uni,
- behandelt Eigenschaften von Zahlen, wie z.B. $3 \cdot 5 = 5 \cdot 3$,
- liefert Stoff für die Übungsaufgaben, die mindestens 7mal bearbeitet abgegeben werden sollen,
- bildet in der Studienordnung das Teilgebiet G 1.

Diese verschiedenen Verwendungssituationen von Zahlen können in einer Reihe von Zahlaspekten zusammengefasst werden. Nicht immer ist allerdings die Zuordnung einer Verwendungssituation zu einem der Zahlaspekte eindeutig. Oft kommen Mischformen vor, oft stecken in der Verwendung einer Zahl verschiedene Aspekte. Die Zahlaspekte dienen also hauptsächlich zu einer groben Einordnung der jeweiligen Verwendung. Im einzelnen kann man folgende Zahlaspekte unterscheiden.

a) Kardinalzahlen

Beispiele
- Es sind 300 Zuhörer in der Vorlesung.
- Eine Familie hat 4 Kinder.
- An der Uni Dortmund studieren etwas mehr als 20000 Studenten.

Beim kardinalen Aspekt der Zahlen wird also Antwort auf die Frage "wieviel?" gegeben. Zahlen werden als Anzahlen (Kardinalzahlen) verwendet.